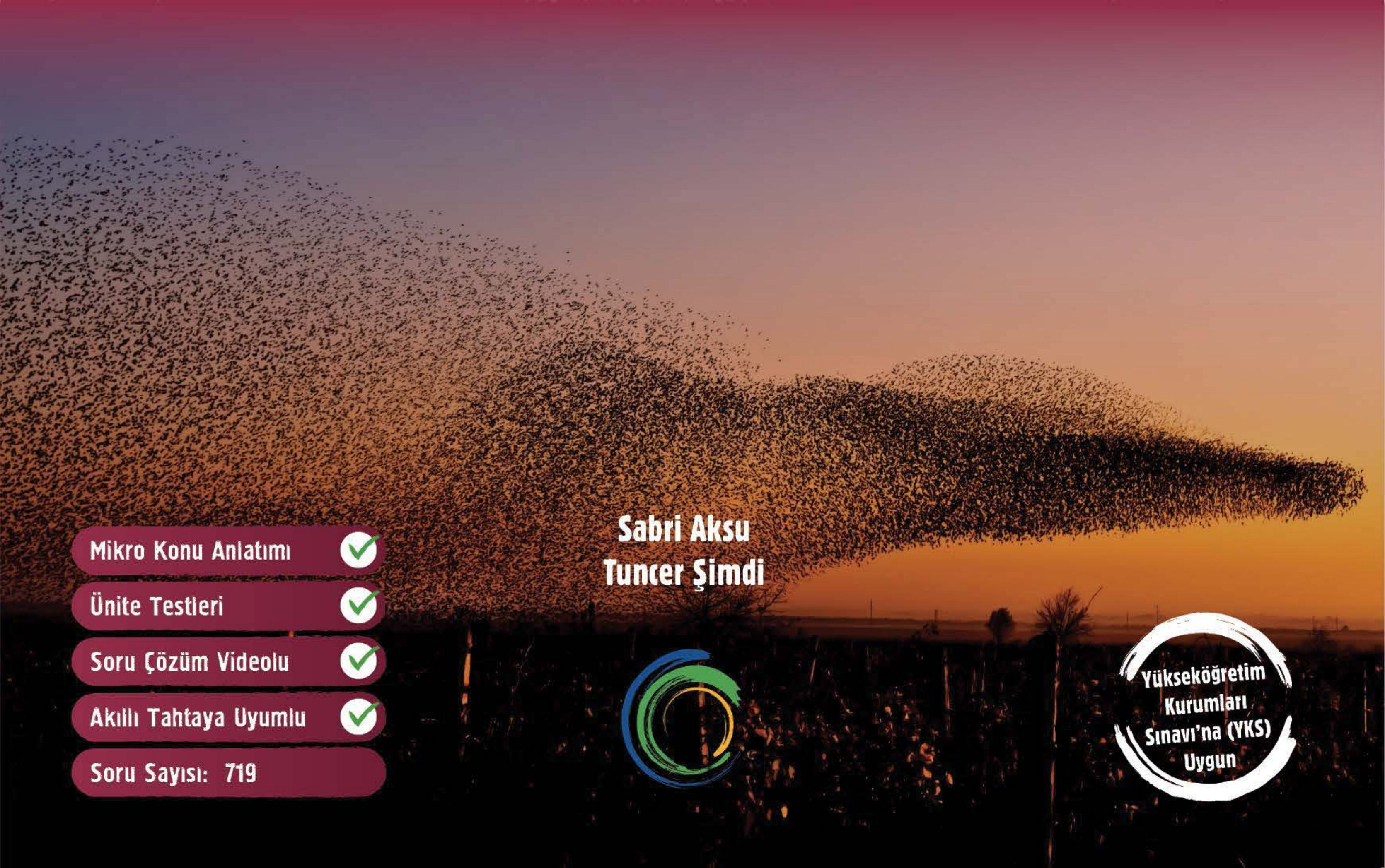
AYT

ICEBERG

MATEMATİK

Konu Anlatımı



- Mikro Konu Anlatımı
- Ünite Testleri
- Soru Çözüm Videolu
- Akıllı Tahtaya Uyumlu
- Soru Sayısı: 719

Sabri Aksu

Tuncer Şimdi

Yükseköğretim Kurumları Sınavı'na (YKS) Uygun

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1 **FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR** ...... **7 - 36**

1. Mikro Konu: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar 8

2. Mikro Konu: İkinci Dereceden Fonksiyon Grafiği (Parabol) 15

3. Mikro Konu: Fonksiyonların Dönüşümleri 28

ÜNİTE 2 **DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ** ...... **37 - 68**

4. Mikro Konu: İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri 38

5. Mikro Konu: İkinci Dereceden Eşitsizlikler 54

6. Mikro Konu: Eşitsizlik Sistemleri 61

ÜNİTE 3 **TRİGONOMETRİ** ...... **69 - 130**

7. Mikro Konu: Yönlü Açılar, Birim Çember ve Açıların Esas Ölçüsü 70

8. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonlar 80

9. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonlar Arasındaki Temel Özdeşlikler 86

10. Mikro Konu: $(k.\frac{\pi}{2}\pm\theta)$ Sayılarının Trigonometrik Değerleri 92

11. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonların Periyotları, Grafikleri ve Tersleri 97

12. Mikro Konu: Sinüs, Kosinüs ve Alan Teoremleri 109

13. Mikro Konu: Toplam, Fark ve Yarım Açı Formülleri 115

14. Mikro Konu: Trigonometrik Denklemler 122

ÜNİTE 4 **LOGARİTMA** ...... **131 - 168**

15. Mikro Konu: Üstel Fonksiyon 132

16. Mikro Konu: Logaritma Fonksiyonu 142

17. Mikro Konu: Üstel ve Logaritmik Denklem ve Eşitsizlikler 160

ÜNİTE 5 **DİZİLER** .... **169 - 202**
18. Mikro Konu: Gerçek Sayı Dizileri 170
19. Mikro Konu: Dizilerin Eşitliği ve İşlemleri 174
20. Mikro Konu: Aritmetik Dizi 183
21. Mikro Konu: Geometrik Dizi 188

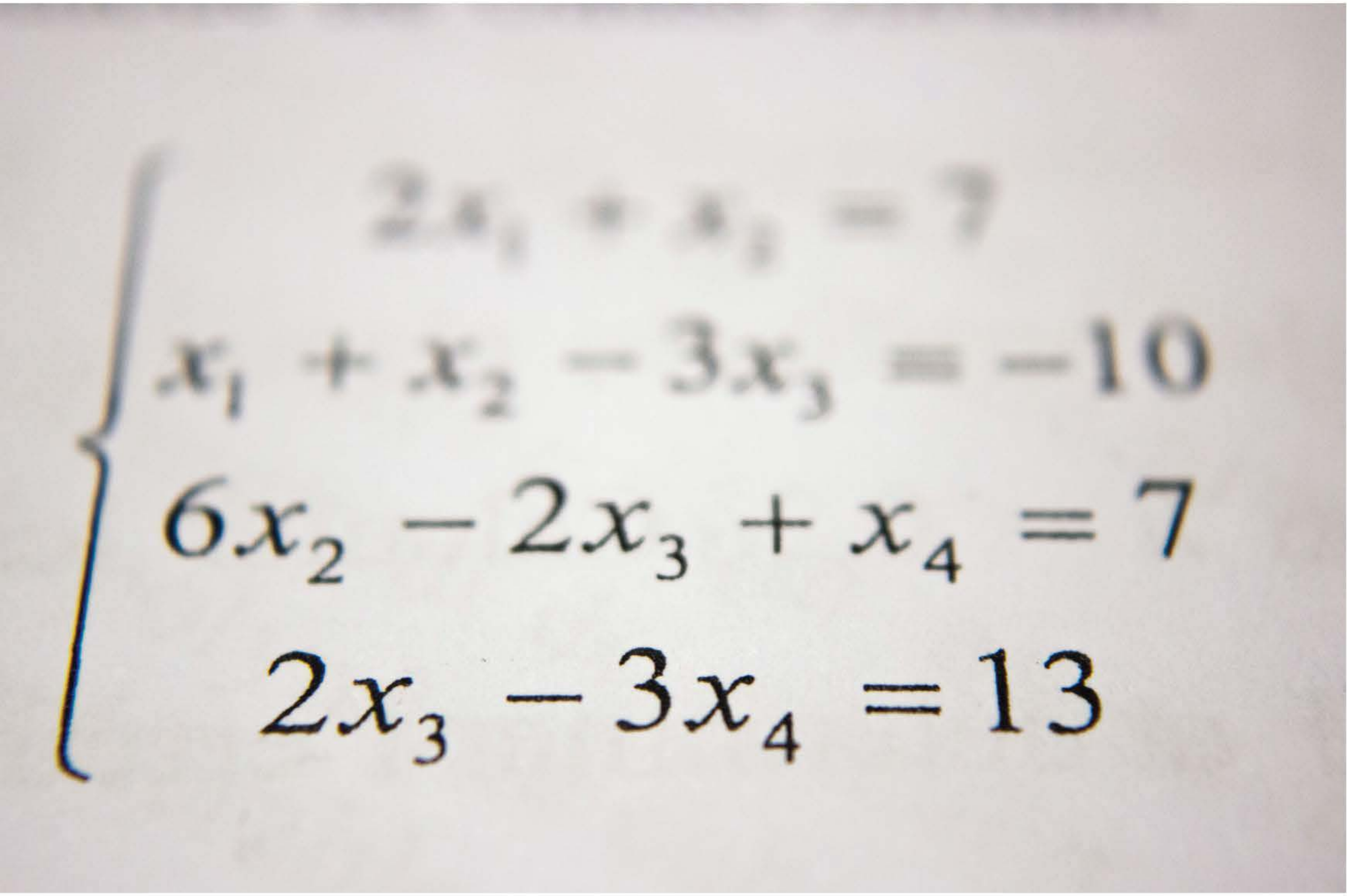
ÜNİTE 6 **LİMİT** .... **203 - 230**
22. Mikro Konu: Limit Kavramı ve Limitin Özellikleri 204
23. Mikro Konu: Parçalı ve Mutlak Değer Fonksiyonlarının Limiti 210
24. Mikro Konu: $\frac{0}{0}$ Belirsizliği 215
25. Mikro Konu: Süreklilik 221

ÜNİTE 7 **TÜREV VE UYGULAMALARI** .... **231 - 290**
26. Mikro Konu: Anlık Değişim Oranı, Türevin Tanımı ve x in Türevi 232
27. Mikro Konu: Türevin Süreklilik İlişkisi, Fonksiyonlarda Kritik Noktalar 238
28. Mikro Konu: Toplam, Fark, Çarpım ve Bölümün Türevi 245
29. Mikro Konu: Bileşke Fonksiyonun Türevi 250
30. Mikro Konu: Teğet ve Normal Denklemleri 254
31. Mikro Konu: Bir Fonksiyonun Artan Azalanlığının Türevle İlişkisi 258
32. Mikro Konu: Mutlak ve Yerel Maksimum ve Minimum 266
33. Mikro Konu: Maksimum, Minimum Değer Problemleri 272
34. Mikro Konu: Polinom Fonksiyonların Grafikleri 282

ÜNİTE 8 **İNTEGRAL** .... **291 - 328**
35. Mikro Konu: Belirsiz İntegral ve Özellikleri 292
36. Mikro Konu: İntegralde Değişken Değiştirme Yöntemi 297
37. Mikro Konu: Riemann Toplamı, Belirli İntegral ve Özellikleri 302
38. Mikro Konu: Parçalı Fonksiyonların İntegrali 309
39. Mikro Konu: İntegral ile Alan Hesabı 316

ÜNİTE 9 **VERİ, SAYMA VE OLASILIK** .... **329 - 352**
40. Mikro Konu: Koşullu Olasılık 330
41. Mikro Konu: Teorik ve Deneysel Olasılık 343

ÜNİTE 1
FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR



MİKRO KONULAR

1. Mikro Konu: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

2. Mikro Konu: İkinci Dereceden Fonksiyon Grafiği (Parabol)

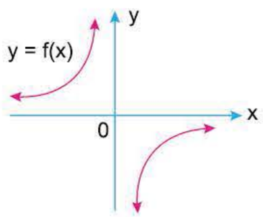
3. Mikro Konu: Fonksiyonların Dönüşümleri

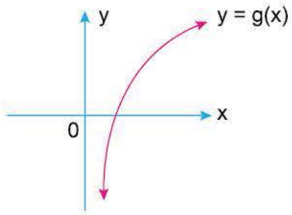
1. Mikro Konu:
FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

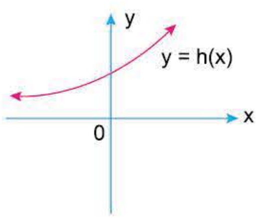
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

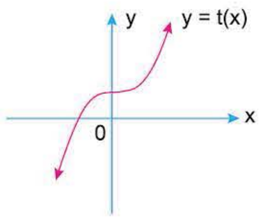
Her fonksiyonun grafiği, mutlaka eksenleri keser diye bir kural yoktur. Bazıları hiçbirini kesmez. Bazıları yalnız birini, bazıları da her ikisini de kesebilir.

Örnek:









gibi

Eğer, y = f(x) fonksiyonunun grafiği, hem y; hem de x eksenini kesen bir grafik ise

(0, f(0)): y eksenini kestiği noktadır.

- f(x) = 0 denkleminin çözümleri (kökleri), eksenini kestiği noktaların apsisleridir.

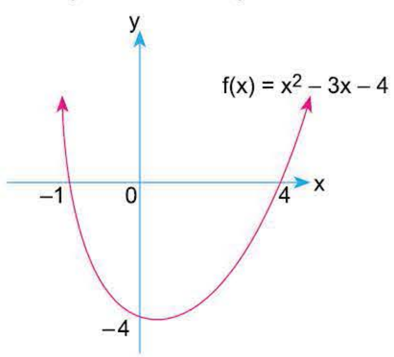
Örnek:

$f(x) = x^2 - 3x - 4$ fonksiyonunun grafiği

- y eksenini, (0, f(0)) = (0, –4) noktasında keser.
- $x^2 - 3x - 4 = 0$ denkleminin kökleri, (varsa) x eksenini kestiği noktaların apsisleridir.
- $x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 4) = 0$

  $x_1 = -1$ ve

  $x_2 = 4$ gibi
- Bunları grafik üzerinden görelim.



x ekseninin, her doğru gibi düzlemi iki yarı düzleme ayırdığını biliyoruz.

- x ekseninin üst tarafındaki yarı düzlemde, her noktanın ordinatı (y değeri) pozitif; alt tarafında kalan yarı düzlemdeki her noktanın ordinatı negatiftir.
- Bu nedenle bir fonksiyonun grafiğini oluşturan noktalar,

  $f(x) = 0$

  $f(x) < 0$

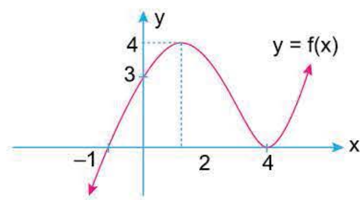
  $f(x) > 0$

  koşullarını sağlar. Bu durumların belirlenmesi işine

  y = f(x)

  fonksiyonunun işaretinin incelenmesi denir.

Örnek:



(0, 3): y = f(x) in y eksenini;

(–1, 0) ve (4, 0) y = f(x) in x eksenini kestiği ve teğet olduğu noktalardır.

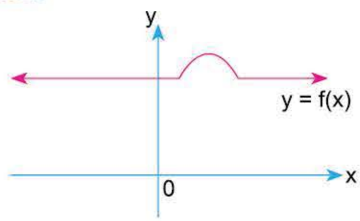
- $\forall x \in (-\infty, -1)$ için, $f(x) < 0$

  $\forall x \in (-1, +\infty)$ için, $f(x) > 0$

  $\forall x \in (-1, \infty)$ için, $f(x) \geq 0$ dır.

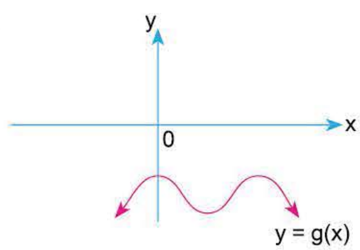
Örnek:

a)



$\forall x \in R$ için $f(x) > 0$

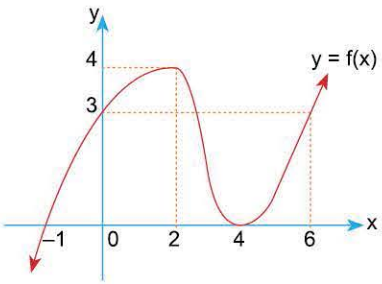
b)



$\forall x \in R$ için $g(x) < 0$ dır.

Bir fonksiyonun tanım aralığında veya tanım aralığının alt aralıklarında;
en büyük (maksimum) veya en küçük (minimum) değerleri olabilir.

Örnek:



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonun;

- Tanım aralığı R dir.

  Tanım aralığında maksimum değeri de minimum değeri de yoktur.
- Ancak (–1, 4) aralığında, f(2) = 4 bu fonksiyonun en büyük değeridir.

  (2, 4) noktası ise bu aralıktaki maksimum noktasıdır.
- $x \in (2, 6)$ için,

  f(4) = 0 değeri (4, 0) f(x) in minimum noktasıdır.

Bir fon ksiyonun tanımlı olduğu aralıkta veya bu aralığın alt aralıklarında artanlığından veya azalanlığından söz edilebilebilir.

$x_1 < x_2$ iken, $f(x_1) < f(x_2)$ ise, f(x) artandır denir.

$x_1 > x_2$ iken, $f(x_1) < f(x_2)$ ise f(x) azalandır, denir.

$x_1 \neq x_2$ iken, $f(x_1) = f(x_2)$ ise f(x) sabit fonksiyondur.

Sabit fonksiyon, artan da azalanda olmayan fonksiyondur.

Örnek:

R de tanımlı, $f(x) = (a^2 - 4)x + 7$
fonksiyonunun azalan olması için a nın alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

Çözüm:

- f(x) tanımlı olduğu aralıkta azalan ise
  1 < 2 için, f(1) > f(2) olmalıdır.
- Buna göre;

$$f(1) > f(2) \Rightarrow a^2 - 4 + 7 > (a^2 - 4) \,.\, 2 + 7$$
$$a^2 - 4 > 2a^2 - 8$$
$$a^2 - 4 < 0$$

- $a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$ ve $a \in \{-1, 0, 1\}$ bulunur.

Örnek:

$$f(x) = \frac{mx + 7}{9x - 21}$$

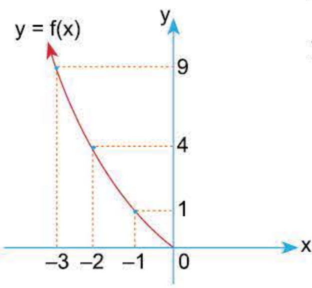
fonksiyonu artan ve azalmayan bir fonksiyondur.
Buna göre, m sayısını bulunuz.

Çözüm:

- f(x), azalmayan ve artmayan ise sabit fonksiyondur.
- $f(x) = \dfrac{mx + 7}{9x - 21}$ sabit ise, $\dfrac{m}{9} = \dfrac{7}{-21}$ ve $m = -3$ olur.

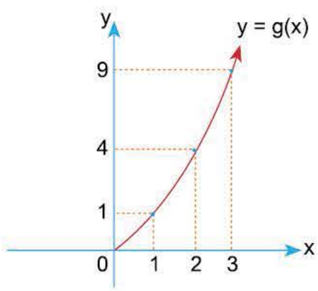
Fonksiyonlarda, artanlığın ve azalanlığın grafik anlamı vardır.

Örnek:



Yanda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu, $(-\infty, 0)$ aralığında azalandır.

Azalan fonksiyonlarda:
x değerleri arttığında, y değerleri azalıyor veya x değerleri azaldığında y değerleri artıyor.



Yukarıda grafiği verilen y = g(x) artan fonksiyondur.
Artan fonksiyonlarda:
x değerleri arttığında veya azaldığında, y değerleri de artar veya azalır.

f(x) fonksiyonunun tanım aralığına ait iki noktasının apsisleri a ve b olsun.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

sayısına f(x) in ortalama değişim hızı (kesenin eğimi) denir.

Örnek:

$f : R \rightarrow R$ ve $f(x) = -x^2 + 3x$ dir.

A(2, ...) ve B(4, ...) noktaları için f(x) in değişim hızını bulunuz.

Çözüm:

$$m_{AB} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$$

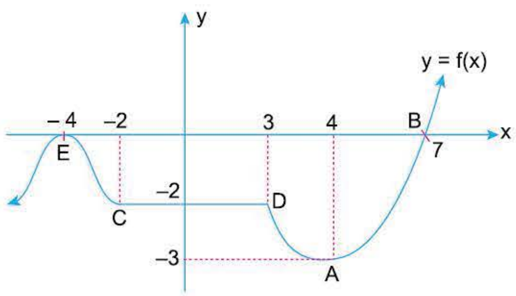
$$= \frac{[-(4)^2 + 3 . 4] - [-(2)^2 + 3 . 2]}{4 - 2}$$

$$= \frac{-4 - 2}{2} = -3$$

Azalan fonksiyonlarda ortalama değişim hızı (kesenin eğimi) negatif, artan fonksiyonlarda pozitif ve sabit fonksiyonlarda sıfırdır.

Örnek:

Aşağıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunun, artan, azalan ve sabit olduğu aralıkları belirtiniz.



Çözüm:

- f(– 4, –2) aralığında azalan ve CE keseninin eğimi,

  $m_{CE} = \frac{0 - (-2)}{-4 - 0} = \frac{-1}{2} < 0$ dır.

- (4, 7) aralığında artan ve AB keseninin eğimi,

  $m_{AB} = \frac{0 - (-3)}{7 - 4} = 1 > 0$ dır.

- (–2, 3) aralığında sabit ve CD keseninin eğimi,

  $m_{CD} = \frac{-2 - (-2)}{3 - (-2)} = \frac{0}{5} = 0$ dır.

Örnek:

$f(x) = 6 - x + x^2$

fonksiyonunun apsisi –1 ve 2 olan noktalarından geçen keseninin eğimini bulunuz.

Çözüm:

$f(x) = 6 - x + x^2 \Rightarrow f(-1) = 6 - (-1) + (-1)^2$

$f(-1) = 8$

A (–1, 8)

$f(2) = 6 - 2 + -2^2$

$f(2) = 8$

B (2, 8)

$$m_{AB} = \frac{8 - 8}{2 - (-1)} = \frac{0}{3} = 0 \text{ (sabit)}$$

Örnek:

$f(x) = x^3 + 2x$ fonksiyonunun, A(1, a) ve B(a, b) noktalarından geçen keseninin eğimini bulunuz.

Çözüm:

$f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f(1) = a$

$1^3 + 2.1 = a$

a = 3 ve A(1, 3);

A(1, 3)

$f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f(a) = b$

$f(3) = b$

$27 + 6 = b$

b = 33 ve B(3, 33) tür.

Buna göre, AB keseninin eğimi

$$m_{AB} = \frac{33 - 3}{3 - 1} = 15 \text{ olur.}$$

1. $f(x) = x^2 + 2x + a - 2$

fonksiyonunun grafiği, y eksenini -4 te kesmektedir.

Buna göre, a kaçtır?

Çözüm:

f(0) değeri (varsa), fonksiyon grafiğinin y eksenini kestiği noktanın ordinatıdır. Buna göre,

$f(0) = -4$

$-4 = 0 + 2 \cdot 0 + a - 2 \Rightarrow a = -2$ dir.

2. f(x) = ax + b fonksiyonunun grafiği, y ekseninin 4 noktasında; x eksenini –2 noktasında kestiğine göre, a + b toplamı kaçtır?

Çözüm:

f(x)'in grafiği

- y eksenini 4 noktasında kesiyorsa;

  $f(0) = 4$

  $4 = a \cdot 0 + b$

  $b = 4$ ve

  $f(x) = ax + 4$ tür.

- x eksenini –2 noktasında kesiyorsa,

  $a \cdot (-2) + 4 = 0$

  $-2a = -4$

  $a = 2$ dir.

Bu nedenle, $a + b = 2 + 4 = 6$ olur.

3. x eksenini –1 ve 3 noktalarında kesen, baş katsayısı 1 olan ikinci derece üç terimlisini yazınız.

Çözüm:

- $f(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow f(-1) = 0$

  $f(3) = 0$

- $f(-1) = 0 \Rightarrow 0 = 1 - b + c$

  $b - c = 1 \quad (I)$

- $f(3) = 0 \Rightarrow 0 = 9 + 3b + c$

  $3b + c = -9 \quad (II)$

I ve II nin oluşturduğu sistemin çözümü yapılırsa,

$b - c = 1$

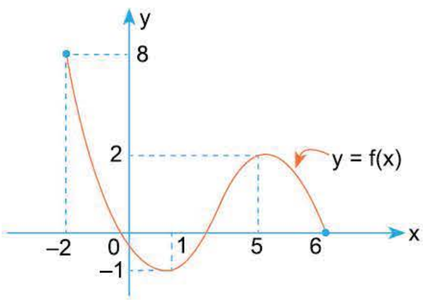
$3b + c = -9$

$4b = -8$ ve $b = -2$ olur.

$b - c = 1$ ise $c = -3$ bulunur.

$f(x) = x^2 - 2x - 3$ olur.

4.



Yukarıda grafiği ile verilen f(x) fonksiyonunun tanım aralığını, artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

Çözüm:

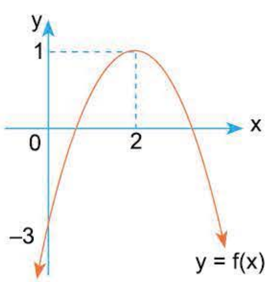
- y = f(x), [–2, 6] aralığında tanımlıdır, denir.
- x = –2 için, f(–2) = 8 dir.

  8, y nin en büyük değeridir.
- $x \in (1, 6]$ aralığındaki en büyük değer, f(5) = 2 dir.
- $x \in (0, 5]$ aralığında en küçük değer f(1) = –1 dir.

Ayrıca; (–2, 1) ve (5, 6) aralıklarında azalan olan y = f(x) fonksiyonu (1, 5) aralığında artandır.

5. **$f : A \to R$ ve $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ fonksiyonu daima azalandır. Buna göre, A kümesini belirleyiniz.**

Çözüm:



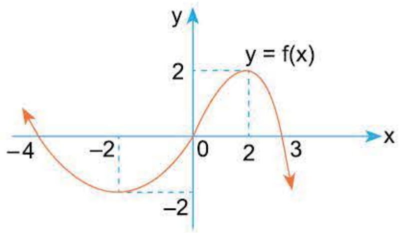
- $f(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 4 - 3$
- $f(x) = -(x - 2)^2 + 1$

şeklinde düzenlenir.

- f(x) in grafiği çizilir.
- Daima azalan olduğu aralığın $(2, +\infty)$ olduğu görülür. Öyleyse $A = (2, +\infty)$ dur.

ÇÖZÜMLÜ **SORULAR 2**

1.

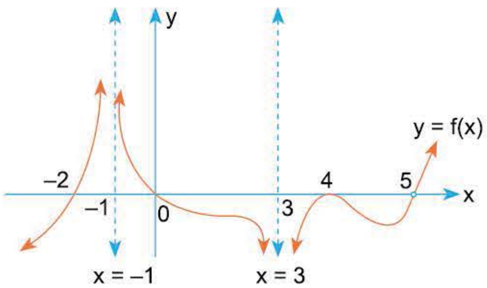


Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunu yorumlayınız.

Çözüm:

- $x < -4$ aralığında pozitif ve azalandır.
- $(-4, -2)$ aralığında negatif azalandır.
- $(-2, 0)$ aralığında negatif artandır.
- $(0, 2)$ aralığında pozitif artandır.
- $(2, 3)$ aralığında pozitif azalandır.

2.

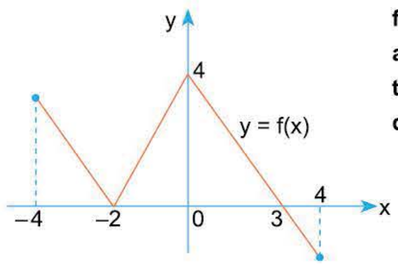


Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonunu yorumlayınız.

Çözüm:

- $x = -1$ ve $x = 3$ apsisli noktalarda tanımsızdır.
- $(3, 4)$ aralığında artandır.
- $(0, 4) - \{3\}$ aralığında negatiftir.
- $x = 4$ çift kat (2 kez) köktür.

3.



f(x) in azalan olduğu aralıklarda, x in kaç tam sayı değeri vardır?

Çözüm:

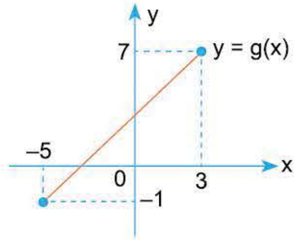
Grafiğe göre, f(x),

- $[-4, -2] \cup [0, 4]$ kümesinde azalandır. Bu kümede yer alan tam sayılar $-4, -3, -2, 0, 1, 2, 3, 4$ tür. O halde f(x) in, azalan olduğu aralıklarda x in 8 tane tam sayı değeri vardır.

4. **Fonksiyonların en büyük ve en küçük değerlerine örnek veriniz.**

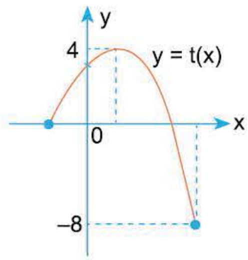
Örnek 1:

$[-5, 3]$ den $[-1, 7]$ ye tanımlı g fonksiyonunun grafiğe göre,



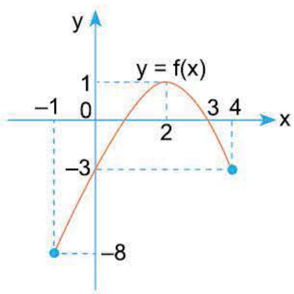
I. fonksiyonların, tanımlı oldukları aralıklarda en büyük ve en küçük değerleri olabilir. En büyük değeri 7 en küçük değeri –1 dir.

Örnek 2:



Yandaki grafiğe göre, tanımlı olduğu aralıkta t(x) in en büyük değeri 4 ve en küçük değeri –8 dir.

Örnek 3:



Yandaki grafiğe göre,

- $f(-1) = -8$, f(x) in en küçük değeridir. (minimumudur).
- –1, minimum noktasının apsisidir.
- $f(2) = 1$, f(x) in en büyük değeri (maksimumudur)
- 2, maksimum noktasının apsisidir.

ÖN TEST

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1. $f(t) = 2t^2 - 3t + 5$

bir hareketlinin zamana bağlı aldığı yolun değişimidir.

Bu hareketlinin ilk 3 saniyedeki değişim hızı kaç m/sn dir?

Sorulan, [0, 3] aralığındaki ortalama değişim hızıdır.

f(0) ve f(3) hesaplayınız

⋮

3 m/sn

1.

Zaman (sa)	2	3	4	5
Ürün sayısı	5	8	12	18

Yukarıdaki tablo bir makinenin zamana bağlı üretimini göstermektedir. 3. ve 5. saatin sonlarındaki ortalama üretim hızı kaç ürün/saattir?

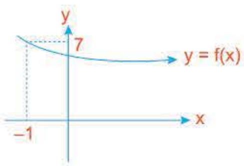
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $f: R \to R^+$ ve f(x) azalandır.

$f(-1) = 7$ olduğuna göre

f(7) = kaç olabilir?

Verilenlere uygun grafiği tasarlayın.



$f(7) < 7$ den küçük olmalı

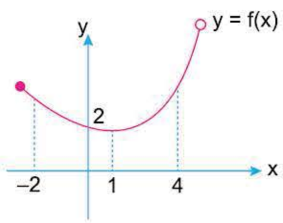
2. f(x), R den R ye tanımlı artan negatif bir fonksiyondur.

$f(-1) = 5$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğru olamaz?

A) $f(0) < 0$ B) $f(2) \cdot f(3) > 0$ C) $\dfrac{f(4)}{f(5)} > 0$

D) $f(6) - f(-2) < 0$ E) $f(-3) + f(7) < 0$

3.



Aşağıda verilen ifadelerdeki kutucuklara doğru olanlara (D), yanlış olanları na ise (Y) yazınız.

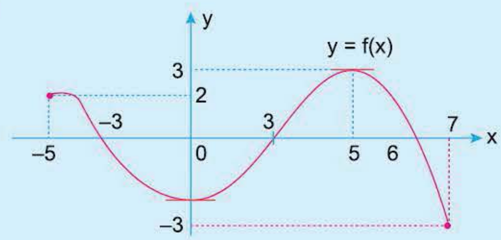
☐ f(x) in tanım aralığı [–2, 4] tür.

☐ [–2, 1] aralığında azalandır.

☐ Pozitif artandır.

☐ Minimum değeri 2 den küçüktür.

3.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak

I. $f(x) = 0$ denkleminin 3 kökü vardır.

II. f(x) in maksimum ve minimum değerleri toplamı sıfırdır.

III. [0, 5] aralığında artandır.

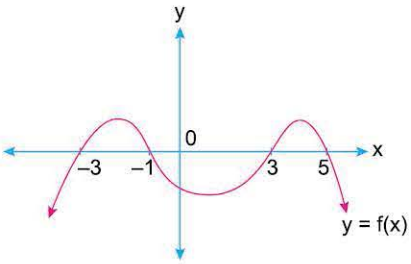
ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I ve II

1-B **2-D** **3-D**

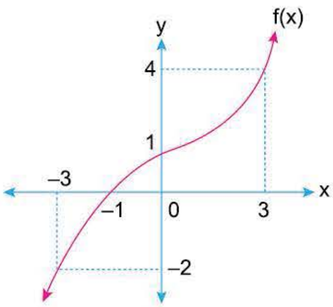
1.



Yukarıdaki grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi <u>söylenemez</u>?

A) f(x) = 0 denkleminin dört kökü vardır.
B) f(x) = 0 denkleminin kökler toplamı 4 tür.
C) (–3, 5) aralığında, iki maksimum bir minimum değeri vardır.
D) f(0) < 0 dır.
E) f(4) + f(2) > 0 dır.

2.



Yanda, y = f(x) in grafiği verilmiştir.
2. f(–3) + f(a) = 0
olduğuna göre, a kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) –2

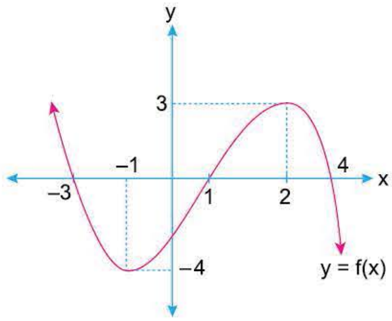
3. R kümesinde tanımlı f fonksiyonu, $f(x) = x^2 + 8x + 16$ biçiminde tanımlanıyor.

I. f(x) in grafiği x eksenine (–4, 0) noktasında teğettir.
II. En küçük değeri 0 dır.
III. Her $x \in R$ için artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) I ve II

4.



Şekilde, gerçek sayılarda tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Bu grafiğe göre,

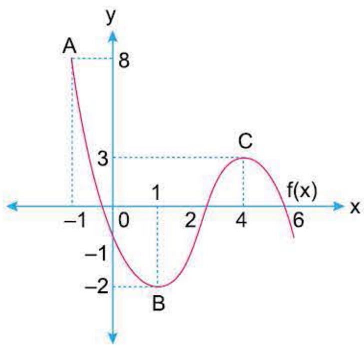
I. f(x) = 0 denkleminin kökler çarpımı 12 dir.
II. f(x) in minimum noktası (–1, –4) tür.
III. (–3, 4) aralığında, f(x) in maksimum değeri 3 tür.
IV. (–3, –1) aralığında azalandır.
V. (0, 4) aralığında azalandır.

ifadelerinin kaçı doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Bir fonksiyonun, tanımlı olduğu aralıktaki en büyük değerine "mutlak maksimum" bu aralığın alt aralıklarındaki en büyük değerine ise "yerel-yersel maksimum" denir.
Aynı yaklaşım mutlak minimum ve yerel minimum için de geçerlidir.

Aşağıda verilen grafiğe göre, hangisi <u>yanlıştır</u>?



A) A mutlak maksimum noktasıdır.
B) f(x) in mutlak maksimum değeri 8 dir.
C) B noktası; yalnızca yersel minimum noktasıdır.
D) C noktası yerel maksimum noktasıdır.
E) Fonksiyon (1, 6) aralığında pozitiftir.

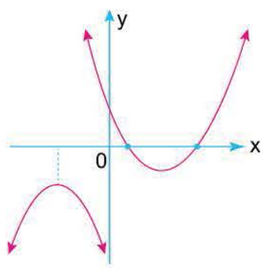
1-E	2-D	3-E	4-C	5-E

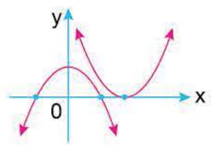
2. Mikro Konu:
İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYON GRAFİĞİ (PARABOL)

- $a \neq 0$ olmak üzere,
  $f(x) = ax^2 + bx + c$
  şeklindeki fonksiyonlara ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonlar denir.
- Parabol, bu fonksiyonların grafiklerine verilen addır.
  Bu nedenle ikinci dereceden bu fonksiyonlara parabol denklemi de denir.

1. Parabol ve Parabolün Denklemleri

- Parabol şekildeki eğriler ve benzerlerinin adıdır.





$a \neq 0$ ve T(r, k) tepe noktası olmak üzere,

$y = ax^2$

$y = ax^2 + c$

$y = ax^2 + bx$

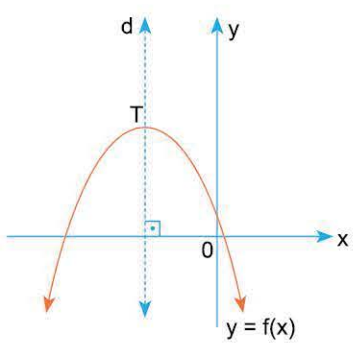
$y = ax^2 + bx + c$

$y = a(x - r)^2$

$y = a(x - r)^2 + k$

şeklindeki fonksiyonların her biri parabol denklemidir.

2. Parabolün Tepe Noktası ve Simetri Ekseni



- T, şekildeki parabolün tepe noktasıdır.
- Parabolün tepe noktasından geçen, x eksenine dik olan doğru simetri eksenidir.
- d doğrusu simetri eksenidir.

Örnek:

d doğrusu simetri eksenidir. Simetri ekseni, tanımından ötürü

$x = -\dfrac{b}{2a}$ denklemi, simetri ekseninin denklemidir.

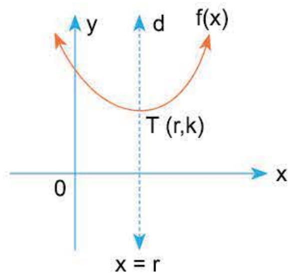
3. Parabolün Tanımlı Olduğu Aralıkta En Büyük ve En Küçük Değeri

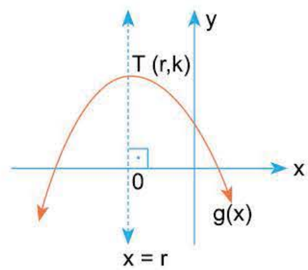
$f : R \rightarrow R$ ve $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası T(r, k) ise,

$r = -\dfrac{b}{2a}$ ve $k = f(r)$ dir.

f(r), R den R ye tanımlı f fonksiyonu için parabolün en küçük ya da en büyük değeridir.

Örnek:





k, f(x) in en küçük değeridir. k, g(x) in en büyük değeridir.

$k = f(r)$ $k = g(r)$

Örnek:

(4, 8) noktası, $f(x) = -3(x - a + 1)^2 + b - 4$

parabolünün tepe noktası olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

Çözüm:

$T(r, k) = T(4, 8) \Rightarrow a - 1 = 4$

$a = 5$

$b - 4 = 8$

$b = 12$

$a + b = 17$ dir.

Örnek:

$f(x) = x^2 - 2mx + 3$

parabolünün simetri ekseni x – 3 = 0 doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x = 3 \Rightarrow -\dfrac{-2m}{2} = 3$

$m = 3$ tür.

4. Parabolün Çizimi

Dönüşümler yardımıyla fonksiyonların grafiğini çizmeğe sıra geldiğinde parabolü çizmek kolaylaşacaktır.

Buraya kadar sahip olduğumuz bilgilerle

$f(x) = ax^2 + bx + c$

parabolünün çizimi için atılacak adımları örnekten görelim:

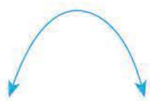
Örnek:

Denklemi, $g(x) = x^2 - 2x - 8$ olan parabolü çiziniz.

Çözüm:

1. adım: kolların yönü belirlenir.

$a > 0 \Leftrightarrow$ 

$a < 0 \Leftrightarrow$ 

2. adım: Eksenleri kestiği noktaları bulunur.

(0, f(0)) y eksenini kestiği noktadır. ($x = 0$ için, $y = -8$)

$x^2 - 2x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x eksenini kestiği noktaların apsisleridir.

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x_1 = -2$

$x_2 = 4$ olur.

3. adım: Tepe noktası belirlenir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ nin tepe noktası $T(r,k)$ ise $r = -\dfrac{b}{2a}$ ve

$f(r) = k$ dır.

$T(1, -9)$

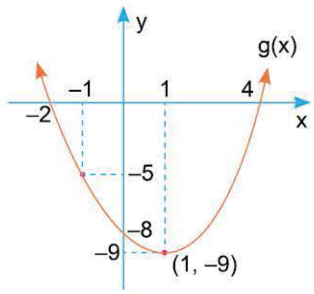
4. adım: Gerekirse x e (veya y ye) keyfi değerler verilerek başka noktalar da belirlenebilir.

$x = -1$ için $y = -5 \rightarrow (-1, -5)$ gibi

5. adım: Yukarıdaki çalışmaların sonuçlarını toparlayan ve özetleyen değişim tablosu yapılır.

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		4		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↘	-5	↘	-8	↘	-9	↗	0	↗	$+\infty$

6. adım: Değişim tablosunun rehberliğinde çizim yapılır.



Parabol çizerken, her denklem için ayrı ayrı yollar izlenmez. Örnekte açıklanan yöntem, her denklem için geçerlidir. Ancak çizim için farkedilen kolaylıklardan da yararlanır.

Örnek:

$f(x) = 2x^2 - x + 3$

parabolu (1, a) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

Çözüm:

Her grafik için geçerli olan kolaylık paraboller içinde geçerlidir. Grafiğe (fonksiyona) ait her nokta, grafiğin denklemini sağlar.

$(1, a) \in f \Rightarrow f(1) = a$ demektir.

$a = 2 \,.\, 1 - 1 + 3$

$a = 4$ tür.

Örnek:

$f(x) = 2x^2 + mx + n$

parabolünün tepe noktası T(–1, –5) olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

Çözüm:

$T(-1, -5) = T(r, k) \Rightarrow \quad r = -1$ ve $f(-1) = -5$ tir.

$r = -1 \Rightarrow r = -\dfrac{m}{4} = -1$

$m = 4$

$f(-1) = -5 \Rightarrow -5 = 2 \,.\, (-1)^2 + 4(-1) + n$

$-5 = -2 + n$

$n = -3$

$m + n = 1$ olur.

5. Parabolün Denkleminin Yazılması

Parabolün denklemini yazmak demek

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunu yazmaktır.

Bunun için a, b, c katsayılarının belirlenmesi gerekir.

Eğer, $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun farklı formları olan

$y = ax^2$

$y = a(x - r)^2$

$y = a(x - r)^2 + k$

eşitliklerini oluşturmak gerekirse, izlenecek yol örneklerdeki gibidir.

Öncelikle bilinmesi gerekenler vardır. Bunlardan biri "parabol üzerindeki her noktanın koordinatları parabolün denklemini sağlar" bilgisidir.

Örnek:

$f(x) = ax^2 - (b - 2)x - 11$ parabolü, A(–1, 1) ve B(1, 5) noktalarından geçtiğine göre, (a, b) ikilisini bulunuz.

Çözüm:

$A \in f \Rightarrow a(-1)^2 - (b-2)(-1) - 11 = 1$

$a + b - 13 = 1$

$B \in f \Rightarrow a \,.\, 1^2 - (b - 1) \,.\, 1 - 11 = 5$

$a - b - 9 = 5$ olur.

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ a - b = 14 \end{cases}$$

sistemi çözülerek;

$a = 14$

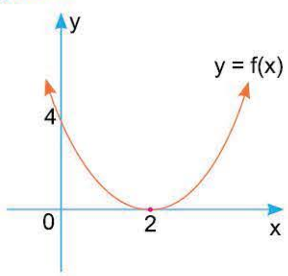
$b = 0$

$(a, b) = (14, 0)$ bulunur.

Örnek:

x eksenine (2, 0) noktasında teğet olan ve y eksenini (0,4) noktasında kesen parabolü ve denklemi inceleyiniz.

Çözüm:



- $f(x) = a(x - r)^2$

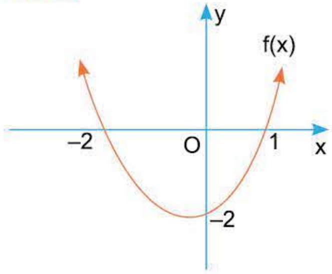
  $f(x) = a(x - 2)^2$
- $(0, 4) \in f$ olduğu için

  $4 = a(0 - 2)^2$

  $a = 1$

  $f(x) = (x - 2)^2$ dir.

Örnek:



Yandaki şekilde grafiği verilen f(x) parabolünün denklemini yazınız.

Çözüm:

- Parabolün x eksenini kestiği noktalar parabol denklemini sıfırlar.

  Apsisleri, x_1, x_2 olan parabolün denklemi,

  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

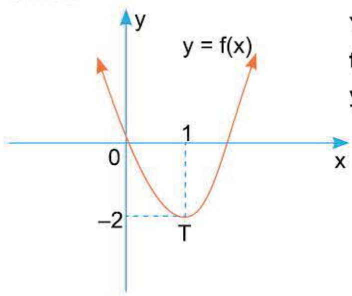
  olarak da yazılabilir.

  Buna göre,
- $f(x) = a(x + 2)(x - 1)$

  $(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = a(0 + 2)(0 - 1)$

  $-2 = -2a, \ a = 1$
- $f(x) = (x + 2)(x + 1)$ dir.

Örnek:



Yandaki şekilde grafiği verilen f(x) parabolünün denklemini yazınız.

Çözüm:

Grafikten, $T(1, -2) = (r, k)$ olduğu görülür.

$f(x) = a(x - r)^2 + k$ şeklinde düşünülerek

$f(x) = a(x - 1)^2 + (-2)$ yazılır.

$(0, 0) \in f$ olduğu için

$0 = a(0 - 1)^2 + (-2) \Rightarrow a = 2$ bulunur.

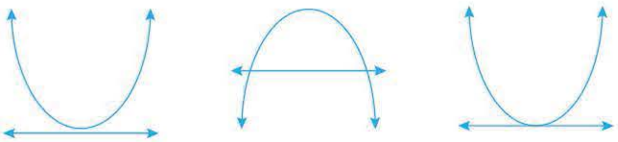
$f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$ olur.

6. Doğru ile Parabolün Konumları

Aynı düzlemli:

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile

$y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre 3 farklı durumu vardır.



Kesişmezler   İki noktada kesişirler   Teğet olurlar

Denklemleri verilen doğru ile parabolün durumlarını belirlemek için ortak denkleminden yararlanılır.

Şöyleki,

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile

$y = mx + n$ doğrusunun ortak denklemi,

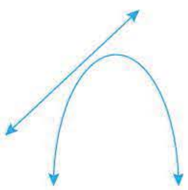
$mx + n = ax^2 + bx + c$ dir.

Ortak denklem.

$ax^2 + x(b - m) + (c - n) = 0$

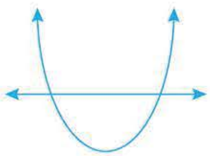
şeklinde düzenlendikten sonra bu denklemin diskriminantı (Δ) bulunur.

- $\Delta < 0 \Leftrightarrow$



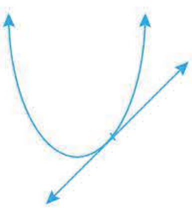
Doğru ile parabol kesişmez.

- $\Delta > 0 \Leftrightarrow$



Doğru ile parabolun iki ortak noktası vardır.
Ortak denklem x'e göre düzenlenmişse kökleri, kesim noktalarının apsisleridir.

- $\Delta = 0 \Leftrightarrow$



Doğru, parabole teğettir.
Teğetin değme noktasının apsisi ortak denklemin köküdür.

Örnek:

$f(x) = 2x^2 - 3$ parabolü ile

$y = x + 1$ doğrusunun ortak denklemini hem x bilinmeyenine hem de y bilinmeyenine göre yazınız.

Çözüm:

- $y = 2x^2 - 3$ ve $y = x + 1 \Rightarrow x + 1 = 2x^2 - 3$
  $2x^2 - x - 4 = 0$
- $y = 2x^2 - 3$ ve $y = x + 1 \Rightarrow x = y - 1$
  $y = 2(y - 1)^2 - 3$
  $2y^2 - 5y - 1 = 0$

Örnek:

$2x^2 - x - 4 = 0$ ve

$2y^2 - 5y - 2 = 0$

denklemlerinin diskriminantlarını bulunuz.

Çözüm:

- $2x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2) . (-4)$
  $\Delta = 33$
  $\Delta = 33$ ve $\Delta > 0$ olduğu için doğru, parabolu iki noktada keser.
- $2y^2 - 5y - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(2)(-2)$
  $\Delta = 41$

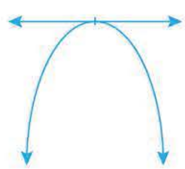
$\Delta = 41$ ve $\Delta > 0$ olduğundan parabol ile doğrunun iki ortak noktası vardır.

Örnek:

$y = 2$ doğrusu, $y = x^2 - 4x + n$

parabolüne teğet olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm:

- $y = x^2 - 4x + n$ ve $y = 2 \Rightarrow 2 = x^2 - 4x + n$ ortak denklemdir.
  $x^2 - 4x + n - 2 = 0$
- $x^2 - 4x + n - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(n - 2)$
- 
  $\Delta = 0$ dır.
  $\Delta = 16 - 4n + 8 \Rightarrow 0 = 24 - 4n$
  $n = 6$ olur.

1. **O(0, 0), A(2, 0) ve B(4, 8) noktalarından geçen parabolün denklemini yazalım.**

Çözüm:

Bu parabol x eksenini orijin ve A(2, 0) noktasında kestiğine göre, denklemi

$f(x) = a(x - 0)(x - 2)$ dir.

$B \in f \Rightarrow f(4) = 8$ dir.

$f(4) = 8 \Rightarrow 8 = a(4 - 0)(4 - 2)$

$a = 1$

$f(x) = x^2 - 2x$ tir.

2. **$y = x^2 - 4mx + 2m$ parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaç olabilir?**

Çözüm:

x ekseni $y = 0$ doğrusudur.

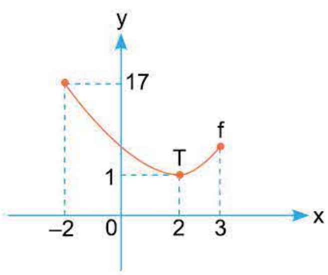
Parabol x eksenine teğet ise değme noktasının apsisi çift kat köktür. Bu nedenle; $\Delta = 0$ dır.

$x^2 - 4mx + 2m = 0$ ve

$\Delta = 16m^2 - 8m = 0 \Rightarrow m = 0$ ya da

$m = \frac{1}{2}$ dir.

3.



Grafikte bir parabolün [–2, 3] aralığındaki parçası verilmiştir.

Bu grafiği göre, f nin en büyük ve en küçük değerini belirleyiniz.

Çözüm:

Parça paraboller için de en büyük ve en küçük değerden söz edilebilir.

Bu grafiğe göre,

T(2, 1) tepe noktası ve en küçük değeri 1 dir.

Ayrıca;

$x = -2$, için $f(-2) = 17$ en büyük değeridir.

Grafiğinin [–2, 3] aralığındaki parçası yukarıdaki gibi olan $y = f(x)$ parabolünün; hem en küçük hem de en büyük değeri vardır.

4. $f : [-1, 4] \rightarrow R$, olmak üzere

$f(x) = -x^2 + 4x - 12$

fonksiyonunun en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm:

- $f(x) = -x^2 + 4x - 12 \Rightarrow$ parabolünün tepe noktası T(2, –8) dir.
  $2 \in [-1, 4]$ olduğundan, –8 en büyük değerdir.
- $x = -1$ için $f(-1) = -1 - 4 - 12$
  $f(-1) = -17$ (en küçük)
- İstenen, $(-8) + (-17) = -25$ tir.

5. **x eksenini (–3, 0) ve (1, 0) noktalarında kesen, A(–1, 8) noktasından geçen parabolün denklemini yazalım.**

Çözüm:

İstenen:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun a, b, c kat sayılarının belirlenmesi

Verilenler:

$f(-3) = 0$

$f(1) = 0$

$f(-1) = 8$

Denklem:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ile $\mathbf{y = a(x - x_1)(x - x_2)}$ aynı şeyi anlatır.

Bu nedenle,

$y = a(x + 3)(x - 1)$

$8 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$ yazılır.

$a = -2$ ve

$f(x) = -2(x + 3)(x - 1) = -2x^2 - 4x + 6$ olur.

6. **$y = x^2 + (a+1)x + a$ parabolünün tepe noktasının apsisi 1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?**

Çözüm:

$y = x^2 + (a + 1)x + a$ parabolünün tepe noktasının apsisi, $-\frac{(a+1)}{2}$ dir.

$-\frac{(a+1)}{2} = 1 \quad \Rightarrow a = -3$ olur.

$a = -3 \Rightarrow y = x^2 - 2x - 3$

$f(1) = -4$ bulunur.

1. **$f(x) = (m-2)x^{m-1} + 4x - 4$ fonksiyonu bir parabol denklemi olduğuna göre, m kaçtır?**

Çözüm:

f(x) in parabol denklemi olması için,

$m - 2 \neq 0$

$m - 1 = 2$ olmalıdır.

$m - 1 = 2 \Rightarrow m = 3$ ve $m - 2 \neq 0$ olur.

2. **$y = x^2 - mx + m - 1$ parabolünün tepe noktası x ekseninin üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?**

Çözüm:

x ekseni y = 0 doğrusudur.

Parabolün tepe noktası x ekseni üzerinde ise,

$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0$ dır. Buna göre,

$f\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4} - m \cdot \frac{m}{2} + m - 1$

$0 = -\frac{m^2}{4} + m - 1$

m = 2 dir.

3. **Tepe noktası T(2, 8) olan ve A(0, 6) noktasından geçen parabolün x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?**

Çözüm:

Tepe noktası T(r, k) olan parabolün denklemi,

$f(x) = a(x - r)^2 + k$

şeklinde de yazılabilir. Buna göre,

$f(x) = a(x - 2)^2 + 8$

$(0, 6) \in f \Rightarrow 6 = a(0 - 2)^2 + 8$

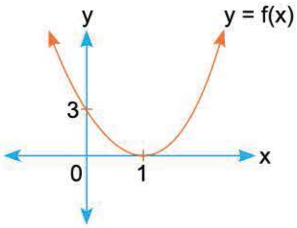
$a = -\frac{1}{2}$

$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8$ olur.

İstenen $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 = 0$ denkleminin kökleri olan ($x_1 = -2$, $x_2 = 6$) sayılarının farkıdır.

$|x_1 - x_2| = 8$ dir.

4.



Yandaki grafik, y = f(x) fonksiyonuna aittir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, f(3) kaçtır?

Çözüm:

Grafik, x = 1 noktasında x eksenine teğet olduğu için denklemini

$f(x) = a(x - 1)^2$

şeklinde yazabiliriz.

$f(x) = a(x - 1)^2 \Rightarrow 3 = a(0 - 1)^2$

$a = 3$

$f(x) = 3(x - 1)^2$ dir.

$f(3) = 3(3 - 1)^2$

f(3) = 12 olur.

5. **Tepe noktası (2, –3) olan $f(x) = 2x^2 - 8nx - m$ parabolü, y eksenini hangi noktada keser?**

Çözüm:

Verilen denklemde;

a = 2, b = –8n ve c = –m dir. Ayrıca;

$T(2, -3) = T(r, k) \Rightarrow r = 2$ ve

$k = -3$ tür.

$r = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-(-8n)}{2.2}$,

n = 1 olur.

T noktası parabol üzerinde olduğundan,

$f(2) = -3 = 2 \,.\, 2^2 - 8 \,.\, 1 \,.\, 2 - m \Rightarrow m = -5$ ve f(0) = 5 tir.

6. **Maliyeti x lira, satış fiyatı $(-x^2 + 7x + 2)$ lira olan bir ürünün satışından <u>en çok</u> kaç lira kâr edilebilir?**

Çözüm:

Kâr = Satış fiyatı – Maliyet

$f(x) = -x^2 + 7x + 2 - x$

İstenen, $f(x) = -x^2 + 6x + 2$ fonksiyonunun en büyük değeridir.

$r = \frac{-6}{-1.2} = 3$ olduğundan

$f(3) = -9 + 18 + 2$

$= 11$ olur.

1. **Toplamları 16 olan iki sayının çarpımının en büyük değerini bulunuz.**

Çözüm:

1. sayı : x ise

2. sayı : 16 – x tir.

İstenen : x(16 – x) çarpımının en büyük değeridir.

İstenen, x e bağlı ikinci dereceden bir fonksiyonun maksimum değeridir.

$f(x) = -x^2 + 16x$ parabol denklemi olduğundan,

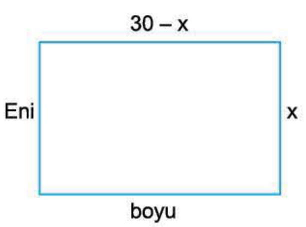
Tepe noktası, $T(r, f(r)) \Rightarrow r = -\dfrac{16}{-2} = 8$ ve

$$f(r) = f(8) = -64 + 128$$

$$f(8) = 64(\text{max}) \text{ dir.}$$

2. **Çevresi 60 metre olan bir bahçenin, eni kaç metre olursa alanı <u>en büyük</u> olur?**

Çözüm:



Şekil dikdörtgen

Çevre = 60m ise

En + Boy = 30m

x + 30 – x = 30m

Alan = x(30 – x)

$f(x) = -x^2 + 30x$

Sorulan, $f(x) = -x^2 + 30x$ parabolünün tepe noktasının apsisidir.

Tepe noktasının apsisi r ise $r = -\dfrac{b}{2a}$

$$= -\frac{30}{2.(-1)}$$

$$= 15 \text{ tir.}$$

3. **x, bir makinenin günlük üretimi,**

$f(x) = -x^2 + 100x - 150$ (TL)

bu ürünlerin satışından elde edilen kârı ifade eden fonksiyondur.

Bu ürünlerin bir günlük satışından elde edilen kârın <u>en çok</u> olması için günlük üretim kaç olmalıdır?

Çözüm:

Eğer okuduğumuzu dikkatlice okur ve anlarsak sorulanın

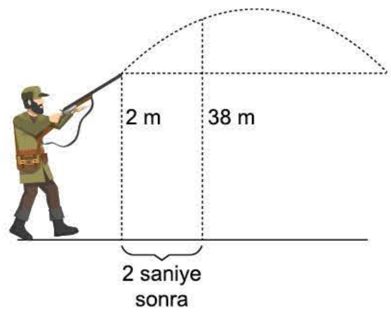
$f(x) = -x^2 + 100x - 150$

parabolunun tepe noktasının apsisi olduğunu anlarız.

Yani, $r = -\dfrac{b}{2a}$ dan

$$x = -\frac{100}{2\,.\,(-1)} = 50 \text{ dir.}$$

4.



x saniye cinsinden zaman olmak üzere, tüfekten çıkan işaret mermisinin yörünge denklemi,

$f(x) = -x^2 + ax + b$ (metre)

şeklindedir.

İşaret fişeğinin 2 saniye sonraki yüksekliği 38 metre olduğuna göre, bu fişek kaçıncı saniyenin sonunda en yükseğe çıkar?

Çözüm:

$f(x) = -x^2 + ax + b \Rightarrow x = 0$ için $b = 2$ dir.

O halde, $f(x) = -x^2 + ax + 2$ olur.

x = 2 sn için,

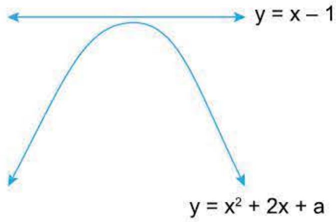
$f(2) = -4 + 2a + 2 = 38$

$a = 20$ dir.

$a = 20$ .... $f(x) = -x^2 + 20x + 2$ dir.

İstenen, $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{20}{-2} = 10$ bulunur.

1.



Yukarıdaki konuma göre, a yı bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabolün kesişmemesi durumunda, ortak denklemin Δ sı negatiftir. Buna göre,

Ortak denklem: $x - 1 = x^2 + 2x + a$

$x^2 + x + (a + 1) = 0$

Diskriminant: $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a + 1)$

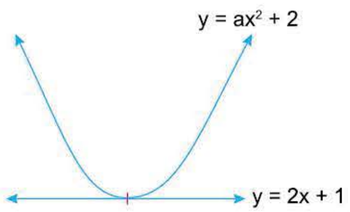
Koşul: $\Delta < 0$

$1 - 4a - 4 < 0$

$-3 < 4a$

Sonuç: $\dfrac{-3}{4} < a$

2.



Yukarıdaki konumun olmasını sağlayan a sayısını bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabol teğet ise ortak denklemin Δ sı sıfırdır. Buna göre;

Ortak denklem: $2x + 1 = ax^2 + 2$

$ax^2 - 2x + 1 = 0$

Diskriminant: $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot a \cdot 1$

$\Delta = 4 - 4a$

Koşul: $\Delta = 0$

$4 - 4a = 0$

Sonuç: $a = 1$ dir.

3. $y = -x + 1$ doğrusu, $y = x^2 + 3x + m$ parabolünü iki noktada kesiyor.

Buna göre, m nin <u>en büyük</u> tam sayı değerini bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabolün iki noktası ortak ise ortak denklemin diskriminantı pozitiftir. Buna göre,

Ortak denklem: $-x + 1 = x^2 + 3x + m$

$x^2 + 4x + m - 1 = 0$

Diskriminant: $\Delta = (4)^2 - 4(m - 1)$

$\Delta = 16 - 4m + 4$

$\Delta = 20 - 4m$

Koşul: $\Delta > 0$

$20 - 4m > 0$

$20 > 4m$

Sonuç: $m < 5$

$m = 4$ (en büyük)

4. **$y = x^2$ parabolünün, $y = mx + n$ doğrusundan ayırdığı kirişin orta noktasının apsisi 3 olduğuna göre, m kaçtır?**

Çözüm:

Kirişin orta noktasının apsisi kiriş uçlarının apsisler toplamının (ortak denklemin kökler toplamının) yarısıdır. Buna göre,

Ortak denklem: $x^2 = mx + n$

$x^2 - mx - n = 0$

Kökler toplamı: m

Kökler toplamının yarısı: $\dfrac{m}{2}$

Sonuç: $\dfrac{m}{2} = 3$ $m = 6$ olur.

5. **$y = x^2 + 2$ parabolünün, $y = 6x - 3$ doğrusundan ayırdığı kirişin uçlarının koordinatlarını bulunuz.**

Çözüm:

Kirişin uçlarının apsisleri,

$x^2 + 2 = 6x - 3 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ denkleminin kökleridir.

$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0$

$x_1 = 1$ ve $x_2 = 5$ bulunur.

$y = 6x - 3$ denkleminden,

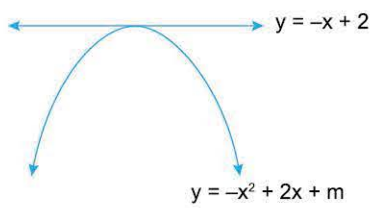
$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 3$: (1, 3)

$x_2 = 5 \Rightarrow y_2 = 27$: (5, 27) bulunur.

6. $y = -x + 2$ doğrusu, $y = -x^2 + 2x + m$ parabolüne teğettir.

Buna göre,m değerini bulunuz?

Çözüm:



Ortak denklem: $-x + 2 = -x^2 + 2x + m$

$x^2 - 3x + 2 - m = 0$ dır.

Ortak denklemin Δ si: $\Delta = (-3)^2 - 4(1) \cdot (2 - m)$

Teğet durumu var ise: $\Delta = 0$ dır.

$\Delta = 0 \Rightarrow 9 = 8 - 4m$

Sonuç: $-\dfrac{1}{4} = m$ olur.