



CLASSMATE

MATEMATİK

KONU ANLATIMI

- ANALİTİK DÜŞÜNME, PROBLEM ÇÖZME
- GRAFİK VE TABLO YORUMLAMA
- SAYISAL MANTIK VE MUHAKEME
- MATEMATİK OKURYAZARLIĞI
- ÜST DÜZEY DÜŞÜNME BECERİLERİNİ ÖLÇEN YENİ NESİL SORULAR

Serdar AKMEŞE - Şevket ŞAHİN

8 SINIF



YAYIN YÖNETMENİ

Nihan HAYAR

YAYINA HAZIRLAYAN

Serdar AKMEŞE - Şevket ŞAHİN

BRANŞ EDITÖRLERİ

Bedia KELEŞ, Serhan TUNAS

EDITÖR

Esra AYDOĞDU

ISBN 978 - 605 - 7832 - 38 - 2

Eski Turgut Özal Cad. No: 22/101 - 34490

Başakşehir / İSTANBUL

Telefon: (0212) 572 20 00 Fax: (0212) 572 19 49

Yayıncı Sertifika No: 49697

BASKI - MÜCELLİT

Yeni Devir Matbaacılık ve Gazetecilik A.Ş.

Matbaa Sertifika No: 41910

Bu kitap, Millî Eğitim Bakanlığı ve Talim Terbiye Kurulu'nca kabul edilen, Tebliğler Dergisi'nde yayımlanan **Matematik** dersinin müfredat programına uygun olarak hazırlanmıştır. Kitabın yazımında TDK Yazım Kılavuzu esas alınmıştır.

Bu eserin yayım hakkı; Okyanus Basım Yayın Tic. A.Ş.'ye aittir. İzinsiz kopya edilemez, çoğaltılamaz, kısmen de olsa yayımlanamaz.



ÖN SÖZ

Eğitim sisteminde yer alan öğretim programlarının hedefleri; öğrencilerin okulda neler öğrendiği ve öğrendikleriyle neler yapabildikleri üzerine yoğunlaşmaktadır. Bu doğrultuda gerçekleştirilecek olan sınav sistemi, 8. sınıf kazanımlarıyla birlikte kazandırılmak istenen becerilere odaklanan bir sınav olacaktır.

Öđretim programındaki kazanımları ve kazandırılmak istenen becerileri titizlikle inceleyerek hazırladığımız Matematik Konu Anlatımı kitabında; konuları kavrayacak, matematiksel okuryazarlık becerilerinizi geliştirecek ve konu değerlendirme testlerinde yer alan yeni nesil sorular ile yaratıcı, eleştirel, analitik düşünecek ve sınavı kısa sürede hazırlanacaksınız.

Yeni çağın ve sınav sisteminin gereksinimleri, hedefleri doğrultusunda hazırlanan Matematik Konu Anlatımı kitabı, beklentilerinizi tam anlamıyla karşılayacaktır.

Mutlu ve huzurlu bir eğitim-öğretim yılı geçirmeniz dileğiyle...



İÇİNDEKİLER

1. KONU: ÇARPANLAR VE KATLAR

ÇARPANLAR VE KATLAR	10
ETKİNLİK	18
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	20
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	22

2. KONU: ÜSLÜ İFADELER

ÜSLÜ İFADELER	26
ETKİNLİK	40
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	42
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	44

3. KONU: KAREKÖKLÜ İFADELER

KAREKÖKLÜ İFADELER	48
ETKİNLİK	58
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	60
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	62

4. KONU: VERİ İŞLEME

VERİ İŞLEME	66
ETKİNLİK	70
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	72
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	74

5. KONU: BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI	78
ETKİNLİK	82



İÇİNDEKİLER

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1 84

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2 86

6. KONU: CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER

CEBİRSEL İFADELER 90

ETKİNLİK 100

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1 102

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2 104

7. KONU: BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER 108

ETKİNLİK 112

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1 114

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2 116

8. KONU: KOORDİNAT SİSTEMİ

KOORDİNAT SİSTEMİ 120

ETKİNLİK 124

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1 126

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2 128

9. KONU: DOĞRUSAL DENKLEMLER

DOĞRUSAL DENKLEMLER 132

ETKİNLİK 138

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1 140

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2 142



İÇİNDEKİLER

10. KONU: EĞİM

EĞİM	146
ETKİNLİK	152
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	154
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	156

11. KONU: EŞİTSİZLİKLER

EŞİTSİZLİKLER	160
ETKİNLİK	166
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	168
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	170

12. KONU: ÜÇGENLER

ÜÇGENLER	174
ETKİNLİK	186
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	188
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	190

13. KONU: PİSAGOR BAĞINTISI

PİSAGOR BAĞINTISI	194
ETKİNLİK	200
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	202
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	204

14. KONU: EŞLİK VE BENZERLİK

EŞLİK VE BENZERLİK	208
ETKİNLİK	212



İÇİNDEKİLER

KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	214
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	216

15. KONU: DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ	220
ETKİNLİK	232
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	234
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	236

16. KONU: PRİZMALAR

PRİZMALAR	240
ETKİNLİK	244
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	246
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	248

17. KONU: DİK DAİRESEL SİLİNDİR

DİK DAİRESEL SİLİNDİR	252
ETKİNLİK	256
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	258
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	260

18. KONU: PİRAMİT VE KONİ

PİRAMİT VE KONİ	264
ETKİNLİK	268
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 1	270
KONU DEĞERLENDİRME TEST - 2	272

CEVAP ANAHTARI	276
----------------------	-----



İZİNSİZ ÇOĞALTILAMAZ, BASILAMAZ



1. KONU ÇARPANLAR VE KATLAR

İZİNSİZ ÇOĞALTILMAZ. PASILAMAZ



ÇARPANLAR VE KATLAR

ÇARPANLAR VE KATLAR

A. BİR POZİTİF TAM SAYININ POZİTİF TAM SAYI ÇARPANLARI (BÖLENLERİ)

Bir pozitif tam sayıyı kalansız bölebilen sayılara, o pozitif tam sayının **pozitif tam sayı çarpanları** denir.

Örnek Soru

20 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını bulalım.

Çözüm: $20 = 20 \times 1$

$$20 = 10 \times 2$$

$$20 = 5 \times 4$$

20 sayısının pozitif tam sayı çarpanları (bölenleri) 1, 2, 4, 5, 10 ve 20'dir. Bu sayılar aynı zamanda 20 sayısının kalansız bölenleridir.

Önemli Bilgi!

Her pozitif tam sayı kendisinin bir çarpanı ve katıdır.

Örnek Soru

80 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını bulalım.

Çözüm: $80 = 80 \times 1$

$$80 = 40 \times 2$$

$$80 = 20 \times 4$$

$$80 = 16 \times 5$$

$$80 = 10 \times 8$$

80 sayısının pozitif tam sayı çarpanları (bölenleri) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 ve 80'dir.

Örnek Soru

30 sayısının 190'dan küçük olan katlarını bulalım.

Çözüm: $30 \times 1 = 30$

$$30 \times 4 = 120$$

$$30 \times 2 = 60$$

$$30 \times 5 = 150$$

$$30 \times 3 = 90$$

$$30 \times 6 = 180$$

30 sayısının 190'dan küçük olan katları 30, 60, 90, 120, 150 ve 180'dir.

B. ASAL SAYILAR

1 ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... sayıları birer asal sayıdır.

Örnek Soru

Aşağıdaki sayılardan hangisi asal sayıdır?

A) 12

B) 15

C) 17

D) 21

Çözüm: 17 sayısı 17×1 olduğundan çarpanları 1 ve 17'dir. Bu nedenle 17 sayısının kalansız bölenleri sadece 1 ve 17'dir. 17 sayısı bir asal sayıdır.

Yanıt C

Hatırlayalım!

- 1 asal sayı değildir.
- En küçük asal sayı 2'dir.
- 2'den başka çift olan asal sayı yoktur.

Örnek Soru

91 sayısının asal olup olmadığını belirleyelim.

Çözüm: $91 = 91 \times 1$

$$91 = 13 \times 7$$

91 sayısının çarpanları (bölenleri) ①, 7, 13 ve ⑨1'dir. Bu nedenle 91 asal sayı değildir.

Örnek Soru

50'den küçük olan asal sayıları yazalım.

Çözüm: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 ve 47 sayıları 50'den küçük asal sayılardır.



C. ASAL ÇARPANLAR

Bir doğal sayının çarpanlarından asal sayı olanlarına, bu doğal sayının **asal çarpanları** denir.

Bir sayının asal çarpanlarını belirlemenin üç farklı yolu vardır.

- Verilen doğal sayının tüm çarpanlarını yazıp içlerinden asal olanları belirlenir.
- Verilen doğal sayı, en küçük asal sayıdan başlanarak iki sayının çarpımı şeklinde yazılır. Daha sonra bulunan sayılar asal olana kadar çarpanlara ayırmaya devam edilir. Oluşan dalların uçlarındaki sayılar verilen doğal sayının asal çarpanlarıdır. (Çarpan ağacı)
- Verilen doğal sayının yanına dikey bir çizgi çizilir. En küçük asal sayıdan başlayarak ve tam bölemediğimizde bir sonraki asal sayıya geçerek bölme işlemi yapılır. 1 elde edilince işleme son verilir. Çizginin sağında kalan sayılar verilen doğal sayının asal çarpanları olur. (Asal çarpan algoritması veya bölen listesi)

Örnek Soru

36 sayısının asal çarpanlarını 36 sayısının tam bölenlerini yazarak belirleyelim.

Çözüm: 36 sayısının tam bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36'dır.

Bir doğal sayının bölenleri aynı zamanda çarpanlarıdır. 36'nın tam bölenlerinden 2 ve 3 asal sayılar olduğundan 36'nın asal çarpanları 2 ve 3'tür.

Örnek Soru

36 sayısının asal çarpanlarını asal çarpan algoritmasını kullanarak belirleyelim.

Çözüm:

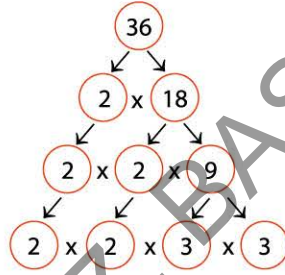
36	②
18	2
9	③
3	3
1	

36 sayısının asal çarpanları 2 ve 3 sayılarıdır.

Örnek Soru

36 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi kullanarak bulalım.

Çözüm:



Oluşan dalların ucundaki 2 ve 3 sayıları 36 sayısının asal çarpanlarıdır.

Dikkat!

Bir doğal sayının asal çarpan sayısı bulunurken birbirinden farklı asal çarpanları sayılarak sonuçta gidilir.

D. POZİTİF TAM SAYILARIN ASAL ÇARPANLARINA AYRILARAK ÜSLÜ BİÇİMDE GÖSTERİLMESİ

Pozitif tam sayılar, asal çarpanlarına ayrıldıktan sonra üslü veya üslü ifadelerin çarpımı biçiminde gösterilebilir.

Örnek Soru

60 sayısını asal çarpanlarının çarpımı şeklinde ve üslü ifade olarak yazalım.

Çözüm: 60'ı asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazmak için asal çarpan algoritması (bölen listesi) yöntemini kullanalım. Sayıyı bölen en küçük asal sayıdan başlayarak asal çarpanlarına ayıralım.

60	2	}	2 tane
30	2		
15	3	→	1 tane
5	5	→	1 tane
1			

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ veya

$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ olur.

60 sayısının asal çarpanları 2, 3 ve 5'tir.

ÇARPANLAR VE KATLAR

Örnek Soru

$360 = 2^a \times 3^b \times 5^c$ eşitliğinde a, b ve c sayılarını bulalım.

Çözüm:

360	2	3 tane
180	2	
90	2	
45	3	2 tane
15	3	
5	5	1 tane
1		

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

şeklinde yazılabilir.

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

a = 3, b = 2 ve c = 1 bulunur.

E. EN KÜÇÜK ORTAK KAT (EKOK)

İki ya da daha fazla doğal sayının ortak katlarından en küçüğüne, bu sayıların **en küçük ortak katı** (EKOK) denir.

a ile b'nin en küçük ortak katı EKOK (a, b) veya $(a, b)_{\text{ekok}}$ ile gösterilir.

Örnek Soru

5 ile 12 sayılarının en küçük ortak katını bu sayıların katlarından faydalanarak bulalım.

Çözüm: 5'in katlarını yazalım.

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, ...

12'nin katlarını yazalım.

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132 ...

60 ve 120 sayıları 5 ve 12'nin ortak katlarıdır.

Burada yuvarlak içine alınan 60 sayısına 5 ile 12'nin en küçük ortak katı denir ve

$\text{EKOK}(5, 12) = 60$ şeklinde yazılır.

Önemli Bilgi !

Verilen iki doğal sayının ortak katlarını tek tek yazıp en küçüğünü bulmak yerine bu sayıların asal çarpanlarından faydalanarak en küçük ortak katı bulmak daha kullanışlı bir yoldur.

Örnek Soru

12 ve 16 sayılarının en küçük ortak katını sayıların asal çarpanlarını bularak hesaplayalım.

Çözüm: Verilen her bir sayı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılıp ortak asal çarpanlardan üssü büyük olanlar ile ortak olmayan asal çarpanlar çarpılarak en küçük ortak katı bulabiliriz.

12	2	$12 = 2^2 \times 3^1$	16	2	$16 = 2^4$
6	2				
3	3				
1					

Buna göre, $\text{EKOK}(12, 16) = 2^4 \times 3^1 = 48$ olur.

Önemli Bilgi !

Asal iki sayının en küçük ortak katı bu iki sayının çarpımına eşittir.

Örnek Soru

11 ile 7 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

Çözüm: 11 ile 7 asal sayılardır.

Buna göre, $\text{EKOK}(11, 7) = 11 \times 7 = 77$ 'dir.

Hatırlayalım !

Biri diğ erinin katı olan sayıların en küçük ortak katı büyük olan sayıya eşittir.

Örnek Soru

8 ve 32 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

Çözüm: 32 sayısı 8'in 4 katıdır.

Buna göre, $\text{EKOK}(8, 32) = 32$ 'dir.



Örnek Soru

18 ve 54 sayılarına tam bölünebilen üç basamaklı en küçük doğal sayıyı bulalım.

Çözüm: 18 ve 54 sayılarına tam bölünebilen doğal sayı bu sayıların en küçük ortak katına eşittir.

$EKOK(18, 54) = 54 \rightarrow$ Biri diğerinin katı olduğundan EKOK büyük sayıya eşittir.

54'ün bütün katları 18 ve 54'e tam bölünebileceğinden dolayı;

54, 108, 162, ... sayılarından 108 sayısı 18 ve 54'e tam bölünebilen en küçük üç basamaklı sayıdır.

Örnek Soru

5 ve 15 sayılarının 170'den küçük kaç tane ortak katı olduğunu bulalım.

Çözüm: 15 sayısı 5'in katı olduğu için en küçük ortak katları 15 olur. İki sayının en küçük ortak katlarının katı da bu sayıların katı olur.

15'in katları 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165'tir.

Buna göre 5 ve 15'in 170'den küçük 11 tane katı vardır.

Örnek Soru

16 ve 20 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

Çözüm: Verilen iki doğal sayının en küçük ortak katını bulmak için sayılar birlikte asal çarpanlarına ayrılır. Bulunan asal çarpanların tamamı çarpılarak EKOK bulunur.

$$\begin{array}{r|l} 16 & 20 \\ 8 & 10 \\ 4 & 5 \\ 2 & 5 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} EKOK(16, 20) = 2^4 \times 5^1 = 80'dir. \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 16 \quad 5 \end{array}$$

16'nın katları $\rightarrow 16, 32, 48, 64, 80$

20'nin katları $\rightarrow 20, 40, 60, 80$

Örnek Soru

108 sayısına en az kaç eklenirse elde edilen sayı 3 ile 20 sayılarına tam bölünür?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16

Çözüm: 3 ile 20 sayılarına tam bölünebilen sayılar, 3 ile 20 sayılarının ortak katlarıdır.

Buna göre, bu sayıların en küçük ortak katını bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 20 \\ 3 & 10 \\ 3 & 5 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} EKOK(3, 20) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \\ = 60'tır. \end{array}$$

60 sayısının katları olan 60, 120, 180 sayıları da 3 ile 20 sayısına tam bölünür.

108 sayısına 12 eklenirse 120 olacağından en az eklenmesi gereken sayı 12 olur.

Yanıt B

Önemli Bilgi!

Problemlerde küçük parçalardan büyük parçalar elde ediliyorsa yani küçük sayılardan büyük sayılara gidiliyorsa EKOK hesaplanarak çözüme gidilir.

Örnek Soru

İki askerden biri 8 saatte bir, diğeri 12 saatte bir nöbet tutmaktadır.

Bu iki asker aynı anda nöbet tuttuktan en az kaç saat sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar?

Çözüm: Askerler 8 ve 12'nin ortak katı olan saatlerde birlikte tekrar nöbet tutacağından dolayı bu sayıların en küçük ortak katı bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 12 \\ 4 & 6 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} EKOK(8, 12) = 2^3 \times 3^1 = 24 \\ 24 \text{ saat sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar.} \end{array}$$

ÇARPANLAR VE KATLAR

Örnek Soru

Bir çocuk cevizlerini sekizer sekizer ve onar onar saydığına hep 1 cevizi artmaktadır.

Buna göre bu çocuğun en az kaç tane cevizi vardır?

- A) 21 B) 31 C) 41 D) 51

Çözüm: Bir çocuğun 8 ve 10 sayılarının en küçük ortak katı olan sayı kadar cevizi olsaydı cevizlerini sekizer ve onar saydığına hiç cevizi artmayacaktı.

Buna göre,

8	10		2
4	5		2
2	5		2
1	5		5
1			1

$$\text{EKOK}(8, 10) = 2^3 \times 5^1 = 40$$

$$\begin{aligned} \text{Çocuğun ceviz sayısı} &= \text{EKOK}(8, 10) + 1 \\ &= 40 + 1 = 41 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Yanıt C

Örnek Soru

İki çalar saat 30 ve 40 dakikada bir çalmaktadır.

Çalar saatlerin ikisi aynı anda çaldıktan en az kaç saat sonra tekrar birlikte çalar?

Çözüm: 30 ve 40 sayılarının ortak katlarındaki dakikalarda bu saatler birlikte çalar.

Buna göre, 30 ve 40 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

30	40		2
15	20		2
15	10		2
15	5		3
5	5		5
1	1		1

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(30, 40) &= 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \\ &= 120 \text{ 'dir.} \end{aligned}$$

Bu durumda 120 dakikanın katlarında saatler birlikte çalarlar.

Buna göre en erken 120 dakika sonra yani 2 saat sonra birlikte çalarlar.

F. EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN (EBOB)

İki veya daha fazla doğal sayının ortak bölenlerinden en büyük olanına, bu doğal sayıların **en büyük ortak böleni** (EBOB) denir.

a ile b'nin en büyük ortak böleni, EBOB (a, b) veya $(a, b)_{\text{ebob}}$ şeklinde gösterilir.

Örnek Soru

24 ve 30 sayılarının doğal sayı bölenlerini kullanarak bu sayıların en büyük ortak bölenini bulalım.

Çözüm:

24'ün doğal sayı bölenleri:

$$1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 \text{ ve } 24$$

30'un doğal sayı bölenleri:

$$1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 \text{ ve } 30$$

Buna göre, 24 ve 30'un ortak bölenleri

$$1, 2, 3, 6 \text{ 'dır.}$$

Bu sayılardan en büyük olan 6 sayısı, 24 ile 30'un en büyük ortak bölenidir ve $\text{EBOB}(24, 30) = 6$ şeklinde gösterilir.

Örnek Soru

24 ve 56 sayılarının en büyük ortak bölenini asal çarpanlar algoritmasıyla bulalım.

Çözüm: Asal çarpan algoritmasında verilen doğal sayıları aynı anda bölen asal sayıları buluruz. Daha sonra bu sayıları çarparak en büyük ortak böleni bulabiliriz.

24	56		2
12	28		2
6	14		2
3	7		3
1	7		7
1			1

$$\text{EBOB}(24, 56) = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ 'dir.}$$



Örnek Soru

$$48 = 2^4 \times 3^1$$

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$$

Yukarıdaki eşitliklere göre 48 ve 60 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

Çözüm: Asal çarpanlarının çarpımı şeklinde verilen iki doğal sayıda, ortak asal çarpanlarının üssü en küçük olanlarının çarpımı en büyük ortak böleni verir. Buna göre,

$$48 = 2^4 \times 3^1 \qquad 60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$$

eşitliğinde 48 ve 60 sayılarının ortak asal çarpanları 2 ve 3 asal sayıdır.

Bu asal sayılardan üssü küçük olanlar 2^2 ve 3^1 olduğundan; $EBOB(48, 60) = 2^2 \times 3^1 = 12$ olur.

Önemli Bilgi!

Biri diğerinin katı olan doğal sayıların en büyük ortak böleni küçük olan sayıya eşittir.

Örnek Soru

24 ve 96 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

Çözüm: 96 sayısı 24 sayısının 4 katıdır.

Buna göre,

$$EBOB(24, 96) = 24 \text{ olur.}$$

Örnek Soru

24 ve 32 sayılarını tam bölebilen en büyük sayı kaçtır?

Çözüm: Bu sayıların ikisini de bölebilen en büyük sayı bu sayıların en büyük ortak bölenidir.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 32 & 2 \\ 12 & 16 & 2 \\ 6 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & & \end{array} \quad EBOB(24, 32) = 2 \times 2 \times 2 = 8' \text{ dir.}$$

Önemli Bilgi!

Problemlerde büyük parçalardan küçük parçalar elde ediliyorsa yani büyük sayılardan küçük sayılara gidiliyorsa EBOB hesaplanarak çözüme gidilir.

Örnek Soru

30 cm ve 40 cm'lik iki tahta parçasının tamamı uzunlukları birbirine eşit parçalara ayrılacaktır.

Bir parçanın uzunluğunun en fazla kaç santimetre olacağını bulalım.

Çözüm: Eşit uzunluklu parçalara bölüneceğinden ve en büyük parçalar elde edileceğinden 30 ve 40 sayılarının en büyük ortak böleni bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 40 & 2 \\ 15 & 20 & 2 \\ 15 & 10 & 2 \\ 15 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & \end{array} \quad EBOB(30, 40) = 2 \times 5 = 10$$

30 ve 40 sayılarının EBOB değeri bize bir parçasının alabileceği en büyük uzunluk değerinin 10 cm olacağını verir.

Örnek Soru

Kısa kenar uzunluğu 18 m, uzun kenar uzunluğu 24 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin etrafına köşelere de gelmek şartıyla eşit aralıklarla direk dikilecektir.

Buna göre, bu bahçenin etrafına en az sayıda direk dikilebilmesi için iki direk arası uzunluk kaç metre olmalıdır?

Çözüm: Direkler arası mesafe olabildiğince uzun olursa bahçenin etrafına daha az direk dikilir. Bunun için kısa ve uzun kenarın EBOB'u bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 24 & 2 \\ 9 & 12 & 2 \\ 9 & 6 & 2 \\ 9 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & & \end{array} \quad EBOB(18, 24) = 2 \times 3 = 6$$

İki direk arası mesafe 6 m olur.

ÇARPANLAR VE KATLAR

Örnek Soru

24 ve 36 litrelik iki bidondaki sütler birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit hacimli kaplara aktarılacaktır.

Buna göre, bu iş için en az kaç kap gereklidir?

Çözüm: Eşit hacimli kaplara aktarılacağından 24 ve 36 sayılarının ortak böleni bulunmalıdır. En az kap sayısı sorulduğundan kapların hacminin en fazla olması gerekir.

Yani EBOB(24, 36) bulunmalıdır.

24	36	2	EBOB(24, 36) = 2 x 2 x 3 = 12
12	18	2	
6	9	2	
3	9	3	
1	3	3	
		1	
		1	

Buna göre kapların hacmi en fazla 12 litre olabilir.

24 litrelik bidon → $\frac{24}{12} = 2$ tane kaba aktarılır.

36 litrelik bidon → $\frac{36}{12} = 3$ tane kaba aktarılır.

Toplamda 2 + 3 = 5 tane kap gereklidir.

Örnek Soru

Farklı illerden gelen 42 ve 60 kişilik iki ayrı izci grubu bir izci kampında beraber kamp yapacaklardır.

Kurulacak çadırlarda eşit sayıda ve aynı ilden gelen izcilerin kalması koşuluyla en az kaç çadır kurulmalıdır?

Çözüm: Çadırlarda aynı ilden gelen ve eşit sayıda izcinin en az sayıda çadırda kalabilmesi için çadırların kişi kapasitesinin hem en çok hem de her iki grubun kişi sayısına da kalansız bölünmesi gerekir.

Buna göre, EBOB (42,60) bulunmalıdır.

42	60	2	EBOB(42,60) = 2.3 = 6'dır. Çadırlar 6 kişilik olmalıdır. Toplam izci sayısı = 42 + 60 = 102 102 : 6 = 17 çadır kurulmalıdır.
21	30	2	
21	15	3	
7	5	5	
7	1	7	
		1	
		1	

G. ARALARINDA ASAL SAYILAR

1'den başka ortak doğal sayı böleni olmayan sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

Örnek Soru

3 ile 10 sayıları aralarında asal mıdır?

Çözüm: 3'ün doğal sayı bölenleri : 1 ve 3'tür.

10'un doğal sayı bölenleri : 1, 2, 5 ve 10'dur.

3 ve 10 sayılarının 1'den başka ortak doğal sayı böleni olmadığından bu sayılar aralarında asaldır.

Önemli Bilgi!

Aralarında asal sayıların kendilerinin asal olma zorunlulukları yoktur.

Örnek Soru

9 ve 14 sayılarının aralarında asal olup olmadıklarını belirleyelim.

Çözüm: 9'un doğal sayı bölenleri : 1, 3 ve 9'dur.

14'ün doğal sayı bölenleri : 1, 2, 7 ve 14'tür.

9 ve 14 sayılarının 1'den başka ortak doğal sayı böleni olmadığından bu sayılar aralarında asaldır. 9 ve 14 sayıları aralarında asal iken sayıların kendileri asal sayı değildir.

Önemli Bilgi!

- 1 sayısı, her sayıyla aralarında asaldır.
- İki farklı asal sayı aralarında asaldır.
- Ardışık doğal sayılar da aralarında asaldır.

Örnek Soru

8 ile 9 sayılarının aralarında asal olup olmadıklarını belirleyelim.

Çözüm: 8'in doğal sayı bölenleri : 1, 2, 4 ve 8'dir.

9'un doğal sayı bölenleri : 1, 3 ve 9'dur.