



**TYT**

# GEOMETRİ

## Konu Anlatımı

Sabri Aksu

Mikro Konu Anlatımı ✓

Ünite Testleri ✓

Soru Çözüm Videolu ✓

Soru Sayısı: 663



Yükseköğretim  
Kurumları  
Sınavı'na (YKS)  
Uygun

# İÇİNDEKİLER

<b>ÜNİTE 1</b>	<b>TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLAR VE AÇILAR</b> .....	<b>7 - 22</b>
	1. Mikro Konu: Temel Geometrik Kavramlar .....	8
	2. Mikro Konu: Doğruda Açılar .....	13
<b>ÜNİTE 2</b>	<b>ÜÇGENLER</b> .....	<b>23 - 100</b>
	3. Mikro Konu: Üçgenin Tanımı, Temel ve Yardımcı Elemanlarının Tanıtımı ve Açılı Bağlantıları .....	24
	4. Mikro Konu: Üçgen Eşitsizliği, Açılı - Kenar İlişkileri .....	33
	5. Mikro Konu: Üçgenin Yardımcı Elemanları .....	40
	6. Mikro Konu: Üçgenlerin Eşliliği ve Benzerliliği .....	53
	7. Mikro Konu: Özel Üçgenler .....	66
	8. Mikro Konu: Dar Açılıların Trigonometrik Oranları.....	80
	9. Mikro Konu: Üçgenin Alan Formülleri ve Alan Özellikleri .....	90
<b>ÜNİTE 3</b>	<b>ÇOKGENLER - DÖRTGENLER - ÖZEL DÖRTGENLER</b> .....	<b>101 - 148</b>
	10. Mikro Konu: Çokgenler .....	102
	11. Mikro Konu: Dörtgenler .....	108
	12. Mikro Konu: Yamuk .....	114
	13. Mikro Konu: Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen .....	124
	14. Mikro Konu: Dikdörtgen, Kare ve Deltoid .....	135

**ÜNİTE 4 ANALİTİK GEOMETRİ ..... 149 - 182**

**15. Mikro Konu:** Koordinat Geometriye Giriş ..... 150

**16. Mikro Konu:** Noktanın Analitik İncelenmesi ..... 155

**17. Mikro Konu:** Doğrunun Analitik İncelenmesi ..... 167

**ÜNİTE 5 ÇEMBER VE DAİRE ..... 183 - 218**

**18. Mikro Konu:** Çember ve Elemanları ..... 184

**19. Mikro Konu:** Çemberlerin Açıları, Kiriş ve Yay Özellikleri ..... 192

**20. Mikro Konu:** Çemberde Teğet ve Uzunluk Özellikleri ..... 203

**21. Mikro Konu:** Dairenin Çevresi ve Alanı ..... 210

**ÜNİTE 6 KATI CİSİMLER ..... 219 - 272**

**22. Mikro Konu:** Dik Prizmalar ..... 220

**23. Mikro Konu:** Dik Piramitler ..... 235

**24. Mikro Konu:** Dik Dairesel Silindir ..... 243

**25. Mikro Konu:** Dik Dairesel Koni ve Küre ..... 253



# ÜNİTE 1

## TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLAR VE AÇILAR



### MİKRO KONULAR

1. Mikro Konu: Temel Geometrik Kavramlar
2. Mikro Konu: Doğru Açılar

## 1. Mikro Konu:

### TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLAR

#### 1. Tanımsız Kavramlar

Geometri; çizgi, yüzey ve hacim olarak uzayı ele alan, bunlar arasındaki ölçüsel ilişkileri inceleyen matematiğin bir dalıdır.

Nokta,

Doğru,

Düzlem ve

Uzay

geometrinin alfabesidir.

Bu kavramlar, tanımsız olsalar da modelleme ile sezilebilirler, açıklanabilirler.

#### Örnek:

Parmağımızın ucu, nokta

Duvar yüzeyi vb. düzlem

Duvarların birleşme çizgileri, doğru

sınıf, uzay modeli olarak düşünülebilir.

**Nokta somut modelleri olan soyut bir kavramdır.**

#### Örnek:

Nokta çok çok küçük anlamında bir fikir, bir sezgi olarak da düşünülebilir.

": "

nokta değildir. Nokta fikrini anlatan bir simgedir.

#### 2. Doğru ve Doğru Parçaları

Nokta, her ne kadar boyutsuz bir kavram olsa da, aynı hizadaki sonsuz sayıda noktanın "doğru" adı verilen yeni bir küme oluşturması kabulü ile



şeklinde gösterilir.

#### Örnek:

Doğrunun yapı taşları noktalar kabul edilir. Bu noktaları bir ipe dizilen minik boncuklar olarak zihninizde somutlaştırın.



Bu boncukların bir kaçını yerinden çıkarmak yapıyı parçalar.



Bu parçalar;

Işın,

Yarıdoğru,

Doğru parçası diye isimlendirilir.

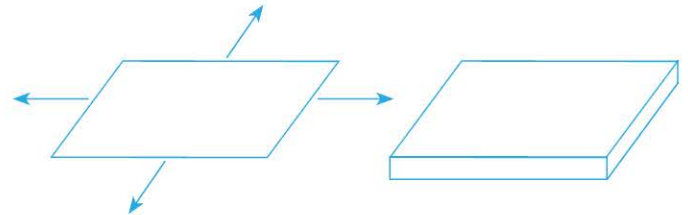
Doğru ve parçalarının matematiksel sembolleri var.

#### Örnek:

İsim	Şekil	Sembol
Işın (Kapalı yarı doğru)		[AB
Yarı doğru		]CD
Doğru parça		[MN]
Uçlarından biri açık doğru parçası		]KL]
İki ucu açık doğru parçası		]UV[
Doğru parçasının uzunluğu		AB  = 4 birim

#### 3. Düzlem

Düzlem, düzlem de nokta ve doğru gibi bir fikirdir. Eni ve boyu olan kalınlığı olmayan sınırsız genişletilebilen yapılar düzlem fikrine örnektir. Duvar yüzeyi ve benzerleri düzlem modelidir.



#### 4. Uzay

Uzay, dünyamızı, tüm gök cisimlerini kapsayan, matematiksel olarak noktalarla doldurulabilir kabul edilen en geniş kümedir. Nokta, düzlem ve uzayın da matematiksel sembolleri vardır.

	Nokta	Doğru	Düzlem	Uzay
Model Görünüm isimlendirme	•A A noktası	 AB doğrusu	 P düzlemi	 E <sup>3</sup> uzayı

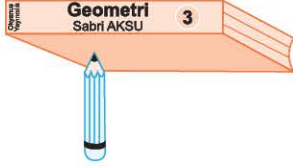
## 5. Düzlemin Belirtilmesi

Konumuz düzlem geometri olduğuna göre, düzlemin belirtilmesini merak edebilirsiniz.

Bu merakımızı yakın çevremizden modellemelerle giderelim.

### a) Bir noktadan sayılamayacak kadar çok düzlem geçer.

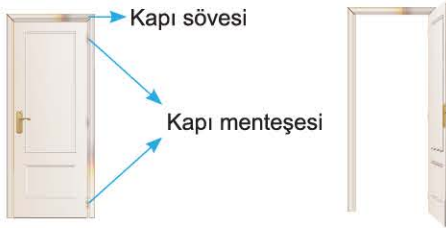
Kalemimizin sivri ucu üzerinde kitabınızı durdurmayı deneyebilirsiniz. Şu anda deniyorsanız kitabın sağa, sola, öne, geriye sürekli eğildiğinin farkındasınız.



Bu deneyin sonucuna göre: kalemın ucu bir nokta, kitabın yüzeyi bir düzlem olarak düşünülürse, "bir noktadan sayılamayacak kadar çok (sonsuz sayıda) düzlem geçer", diyebiliriz. Demek ki bir noktası düzlemin belirtilmesine yetmez.

### b) İki Noktadan Sonsuz Sayıda Düzlem Geçer.

Yakınımızda örneği var



Evinizde herhangi bir kapının yanına gidin. Açıkça önce kapıyı kapatın. Sonra kapıyı biraz açın, biraz daha, biraz daha derken kapıyı sonuna kadar açın. Kapının takılı olduğu menteşeleri iki nokta, kapının yüzeyini bir düzlem örneği olarak düşünün.

Bu deneyden nasıl bir sonuç çıkarabilirsiniz?

"İki noktadan (bir doğrudan) sonsuz sayıda düzlem geçer." diyebilir miyiz?

### c) Uzayda doğrusal olmayan üç noktadan bir ve yalnız bir düzlem geçer.

Bu duruma örnek olarak, üç parmağınızın ucunda kitabınızı tutmak veya aşağıdaki durumlar gösterilebilir.



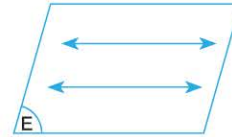
Aşağıdakiler, "doğrusal olmayan üç noktadan bir ve yalnız bir düzlem geçer." aksiyomunun sonuçlarıdır.

- Uzayda bir doğru ile dışındaki bir nokta düzlem belirtir.

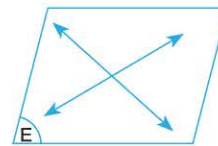


Bir masanın katlanabilir parçasını bu sonuca açıklayan bir model olarak düşününüz. Ayrıca;

- Paralel iki doğru düzlem belirtir.



- Kesişen iki doğru düzlem belirtir.



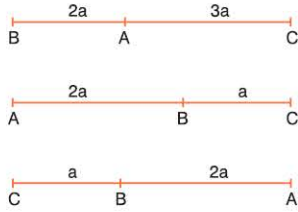
Sonuçları da bilinmelidir.



1.  $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{2}{3}$  eşitliğini şekil çizerek açıklayınız.

**Çözüm:**

$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{2}{3}$  eşitliği aşağıdakilerinin her biri gibi açıklanabilir.



2. Doğru ile düzlemin konumlarını örnek ve modelle açıklayınız.

**Çözüm:**

Doğru ile düzlemin üç konumu vardır. Masanın yüzeyi düzlem, kalem doğru modeli olsun. Bunlar için üç durum olasıdır.



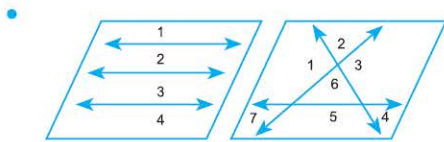
3. "Nokta doğruyu, doğru düzlemi ve düzlem uzayı ayırır." ifadesine örnek veriniz. 3 doğrunun bir düzlemi, en çok ve en az kaç bölgeye ayırdığını şekil çizerek açıklayınız ve sayınız.

**Çözüm:**

- İpe düğüm atmak, kağıdı ve portakalı bıçakla kesmek gibi.



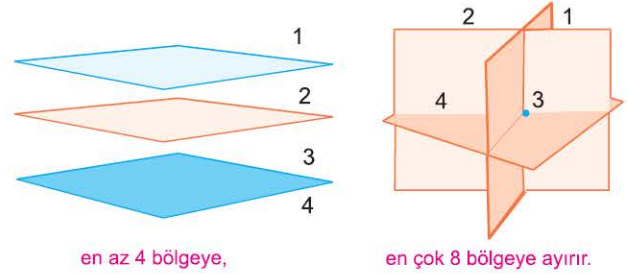
Üç farklı noktanın doğruyu 4 parçaya ayırması gibi.



Üç doğrunun düzlemi en az 4, en çok 7 bölgeye ayırması gibi.

4. Düzlem uzayı en az ve en çok kaç bölgeye ayırır.

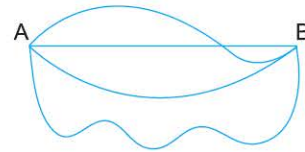
**Çözüm:**



en az 4 bölgeye,

en çok 8 bölgeye ayırır.

- 5.



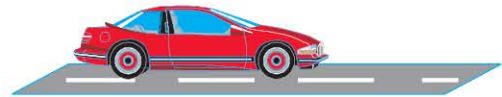
Şekilde iki nokta arasındaki bazı yollar gösterilmiştir. Bunların en kısa olanını belirtiniz.

İki nokta arasındaki uzaklığı tanımlayınız.

**Çözüm:**

İki nokta arasındaki en kısa uzaklık, bu iki noktayı birleştiren doğru parçasının uzunluğudur. Buna göre,  $|AB|$  en kısa uzunluktur.

- 6.



Şekildeki yolun kenar çizgileri paraleldir. Bu yolun eninin nasıl ölçülebileceğini düşününüz.

Paralel doğrular arasındaki uzaklığı tanımlayınız.

**Çözüm:**

Paralel iki doğru arasındaki uzaklık, doğrulardan birinin üzerindeki herhangi bir noktadan diğerine inilen dikmenin uzunluğudur.

# ÖN TEST

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

Adı	Çizgi ile gösterimi	Adı ve Sembolü	Ölçümü
Nokta	.	A	Yok
Doğru		...	Yok
Işın		...	Yok
Doğru parçası		...	$ AB =4$ birim

1. Aşağıdaki modelleri isimlendiriniz.

	Model	Adı
I.		Nokta modeli
II.		Doğru modeli
III.		Düzlem modeli
IV.		Uzay modeli
V.	Düzlem	$R^2$ olarak yazılır.
VI.	Uzay	$R^3$ olarak yazılır.

İfadelerinin kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

A, B, C, D, E en az üçü doğrusal olmayan düzlemsel noktalardır.

**Başlangıcı bu noktalar olan ve yine bu noktaların yalnızca birinden geçen kaç ışın çizilebilir?**

AB, BA ayrı ışınlardır.

⋮  
20

2. Aşağıdaki gösterimlerden hangisi yanlıştır?

A)		$\bullet A$
B)		$[BC]$
C)		$[DC$
D)		$]MN[$
E)		$]KU]$

**Doğru**, düz, iki yana süreklili ve kalınlığı olmayan yapılar için bir fi-kirdir.

doğru modelleridir.

Bir doğrunun, biçimindeki parçalarına ışın;

ve benzerlerine ise doğru parçası denir.

Siz de

kümelerini sembollerle yazınız.

3. Aşağıdakilerden hangisi doğru bir model değildir?

- A) Akarsular doğru modelidir.  
 B) Çivi doğru parçası modelidir.  
 C) Sınıf uzay modelidir.  
 D) Burnumuzun ucu nokta modelidir.  
 E) Güneşten çıkan ışık demetinin her ışını, ışın modelidir.

1-E

2-E

3-A

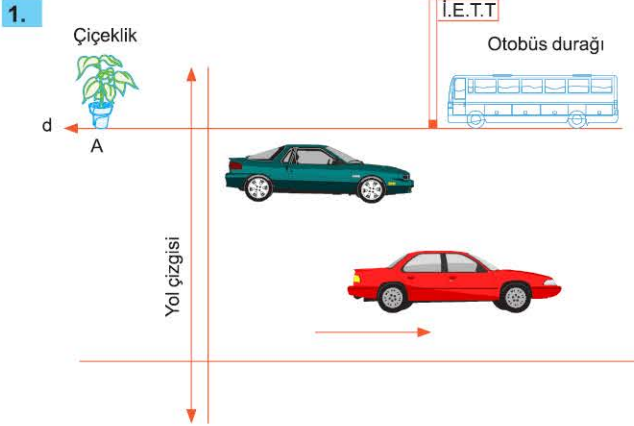




# TEST

## 1. MİKRO KONU: Temel Geometrik Kavramlar

### 1. ÜNİTE: Temel Geometrik Kavramlar ve Açılar



- I. Otobüs durağındaki direk ile yol çizgisi aykırı doğrulara örnektir.
- II. Çiçeklik ile duraktaki direk bir düzlem, yol çizgisi ile çiçeklik başka bir düzlem belirtir.
- III. II deki düzlemlerin arakesiti (d) yol çizgisidir.

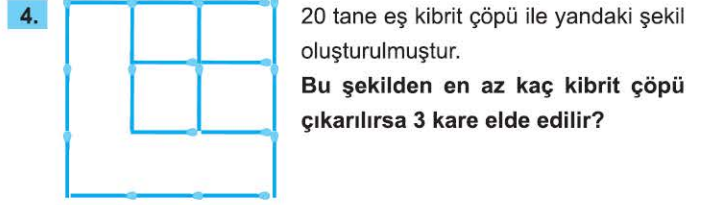
**Yukarıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?**

- A) Yalnız I                      B) Yalnız II                      C) Yalnız III  
D) II ve III                      E) I, II ve III

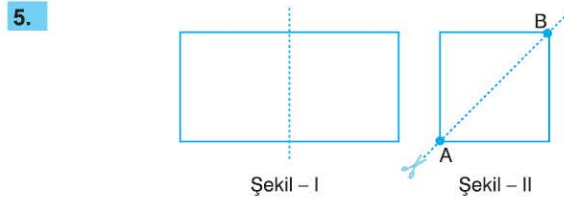
2. Doğru parçası şeklindeki metal bir tel, üzerine işaretlenen A, B, C, D, E ve F noktalarıyla 5 eş parçaya ayrılıyor. Bu tel tam ortasından soldan sağa doğru katlanıyor, elde edilen parça tekrar iki eş parçaya ayrılacak şekilde tekrar katlanıyor.  
**Son parçanın orta noktası hangi noktalar arasında olur?**

- A) B ile C                      B) C ile D                      C) D ile E  
D) D ile E                      E) E ile F

3. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında  $4|AB| = 3|AC| = 2|BC|$  bağıntısı vardır.  
**Çevresi 52 cm olan bu üçgende  $|BC|$  kaç cm'dir?**
- A) 12                      B) 18                      C) 24                      D) 26                      E) 28



- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5



Şekil - I deki dikdörtgen biçimindeki kağıt parçası kesik çizgiyle gösterilen yerden katlanarak şekil-II'deki konuma getiriliyor.  
**Şekil - II'deki katlanmış kağıt A ve B noktalarından geçen doğru boyunca kesilince kaç köşe noktası elde edilir?**

- A) 6                      B) 7                      C) 8                      D) 9                      E) 10

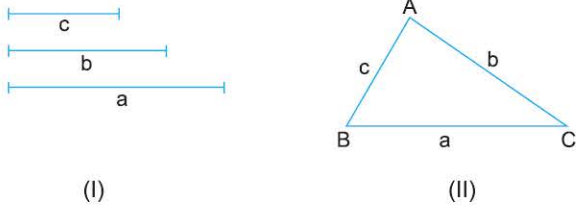
6. Dört doğrudan oluşan bir şekilde;
- Doğruların en az üçü bir noktadan geçmemekte
  - Her bir doğru diğer üçünü kesmektedir.
- Buna göre, bu şekilde kaç kesişim noktası vardır?**
- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 9

## 4. Mikro Konu:

## ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ, AÇI – KENAR İLİŞKİLERİ

## 1. Üçgenin Çizilebilme Koşulu

- Üçgen, üç doğru parçasının oluşturduğu bir şekildir. Ancak her üç doğru parçası her zaman üçgen oluşturmaz. Üçgen oluşturmanın, diğeri bir deyimle üçgenin çizilebilmesinin koşulu vardır. Bu koşul şöyledir:



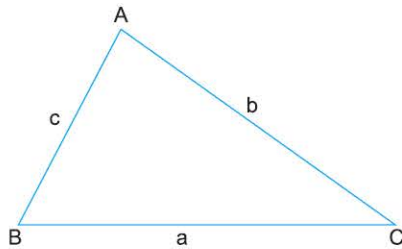
$$\begin{aligned} a &< b + c & |b - c| &< a \\ b &< a + c & |a - c| &< b \\ c &< b + a & |a - b| &< c \end{aligned}$$

(III)

(I) deki doğru parçalarının (II) deki üçgeni oluşturması (III) deki koşulları gerektirir.

## 2. Açı Kenar İlişkileri

- Çizilebilen üçgenlerin kenarları ile açıları arasında;



- " $m(\hat{A}) \leq m(\hat{B}) \leq m(\hat{C}) \Leftrightarrow a \leq b \leq c$ " bağıntısı vardır. Büyük açı karşısında büyük kenarlar, küçük açı karşısında küçük kenar ve eşit açılar karşısında eşit kenar bulunur. Ayrıca;
- $m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$   
 $m(\hat{A}) < 90^\circ \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$   
 $m(\hat{A}) > 90^\circ \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$  dir.

## Örnek:

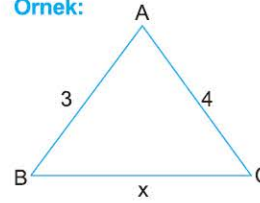
Kenar uzunlukları 2 br, 3 br ve 5 br olan bir üçgen çizilemez. Neden?

## Çözüm:

- $2 + 3 = 5$  dir.  
Çizilebilme koşuluna göre,  
 $2 + 3 > 5$  olmalıydı.
- $5 - 3 = 2$  dir.  
halbuki koşula göre,  
 $5 - 3 < 2$  olmalıydı.

Çizilebilme koşuluna sağlamadıkları için, 2br, 3br, ve 5br uzunluğundaki doğru parçaları, bir üçgen oluşturmaz.

## Örnek:

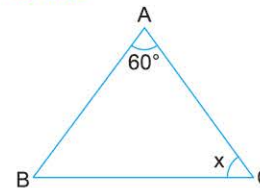


Yukarıdaki  $\widehat{ABC}$  de;  
 $\alpha > 90^\circ$  dir.  
x hangi sayılar olabilir?

## Çözüm:

- Çizilebilme koşulundan,  
 $1 < x < 7$
- $\alpha > 90^\circ \Rightarrow x^2 > 3^2 + 4^2$   
 $x > 5$
- $1 < a < 7$  ve  $a > 5 \Rightarrow 5 < a < 7$  olur.

## Örnek:

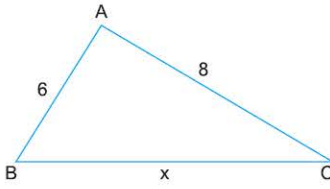


ABC bir üçgen  
 $|AB| < |AC|$   
 $m(\hat{A}) = 60^\circ$   
olduğuna göre, x in en büyük tam sayı değeri kaç dedir?

## Çözüm:

$$\begin{aligned} m(\hat{A}) = 60^\circ \text{ ve } m(\hat{C}) = x &\Rightarrow m(\hat{B}) = 120^\circ - x \\ |AB| < |AC| &\Rightarrow x < 120^\circ - x \\ 2x &< 120^\circ \\ x &< 60^\circ \\ x &= 59^\circ \quad (\text{en büyük tam sayı}) \end{aligned}$$

1.



Şekilde,  
 $\widehat{ABC}$ , çizilebilir bir üçgendir.  
 $|AB| = 6$  br  
 $|AC| = 8$  br  
 $|BC| = x$  br  
 olduğuna göre,

- $x$  in en geniş değerler aralığını yazınız.
- $m(\widehat{A}) < 90^\circ$  için  $x$  in değer aralığını yazınız.
- $m(\widehat{A}) > 90^\circ$  için  $x$  in değer aralığını yazınız.

**Çözüm:**

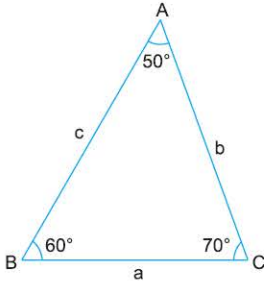
a)  $8 - 6 < x < 8 + 6$   
 $2 < x < 14$  olur.

b)  $m(\widehat{A}) < 90^\circ \Rightarrow x^2 < 6^2 + 8^2$   
 $x < 10$  dur.

Ayrıca,  $2 < x < 14$  de olduğundan,  
 $2 < x < 10$  olur.

c)  $m(\widehat{A}) > 90^\circ \Rightarrow a^2 > 6^2 + 8^2$   
 $a > 10$   
 $10 < a < 14$  olur.

2.

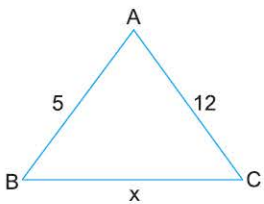


Şekildeki  $\widehat{ABC}$  ninde;  
 $m(\widehat{A}) = 50^\circ$   
 $m(\widehat{B}) = 60^\circ$   
 $|AC| = b$   
 $|BC| = a$  dir.  
**a, b, c uzunluklarını sıralayınız.**

**Çözüm:**

Açıların büyüklük sırası  $50^\circ < 60^\circ < 70^\circ$  şeklinde olduğu için kenarlar da bu sırada olmak zorundadır. Yani  $a < b < c$  olur.

3.



ABC ikizkenar üçgen  
 $|AB| = 5$  br  
 $|AC| = 12$  br  
 $|BC| = x$   
**olduğuna göre, x in kaç tam sayı değeri vardır?**

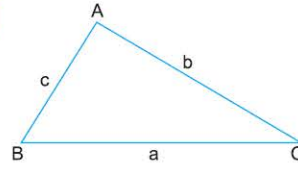
**Çözüm:**

• ABC ikizkenar  $\Rightarrow x = 5$  veya  $x = 12$  olmalıdır.

• Ancak,  $12 - 5 < x < 5 + 12$   
 $7 < x < 17$

çizilebilirlik koşulundan  $x = 5$  olamaz sadece  $x = 12$  olabilir.  
 Bu nedenle  $x$  in bir değeri vardır.

4.



$\widehat{ABC}$  inde;  
 $m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) > m(\widehat{A})$  dir.  
 $|AB| = c = 6$  br  
 $|BC| = a$   
 $|AC| = b$  ve  
 $a + |a - b| - |c - a| = 5$

**olduğuna göre, Çevre( $\widehat{ABC}$ ) kaç birimdir?**

**Çözüm:**

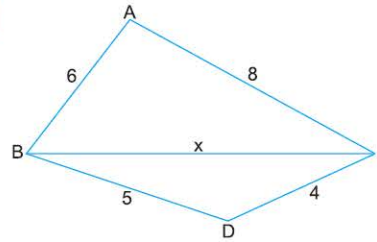
$$m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) > m(\widehat{A}) \Leftrightarrow b > 6 > a$$

$$b > 6 > a \Rightarrow |a - b| = -a + b$$

$$|c - a| = |6 - a| = 6 - a$$

•  $a + |a - b| - |6 - a| = 5$   
 $a - a + b - 6 + a = 5$   
 $a + b = 11$   
 $a + b + c = 17$

5.



Şekilde  
 $|AB| = 6$  br  
 $|AC| = 8$  br  
 $|BD| = 5$  br  
 $|DC| = 4$  br dir.

**x hangi aralıkta değerler alır?**

**Çözüm:**

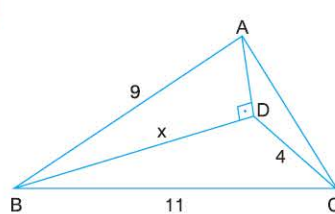
$\widehat{ABC}$  nin çizilebilmesi için,  $2 < x < 14$  ve

$\widehat{BDC}$  nin çizilebilmesi için,  $1 < x < 9$  olur.



Her iki üçgen için,  $2 < x < 9$  olmalı.

6.



Şekilde;  
 $AD \perp BD$   
 $|AB| = 9$  br  
 $|BC| = 11$  br  
 $|DC| = 4$  br dir.  
**Yukarıdaki verilere göre x'in kaç farklı tam sayı değeri olabilir?**

**Çözüm:**

ABD üçgeninde;  $[AB]$  hipotenüstür.

Bu nedenle  $x < 9$  olur.

BDC üçgeninde;  $7 < x < 15$

$x < 9$  ve  $7 < x < 15 \Rightarrow 7 < x < 9$  olur.

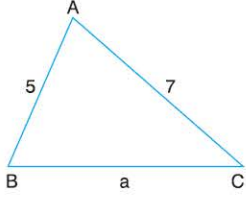
Yani  $x$ 'in bir tam sayı değeri vardır. ( $x = 8$ )



## ÖN TEST

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1.

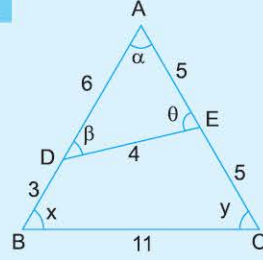


Şekilde ABC üçgeni çizilmiştir. Bu üçgenin çeşit kenar olmasını sağlayan  $a$ 'nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?

Çizilebilme koşulunu yazarak  $a \neq 7$  ve  $a \neq 5$  durumlarına dikkat ediniz.

⋮  
7

1.

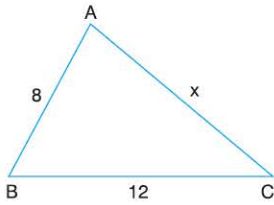


Yandaki şekilde kenar uzunlukları belirtilmiştir.

Buna göre, en büyük açı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\alpha$     B)  $\beta$     C)  $\theta$     D)  $x$     E)  $y$

2.



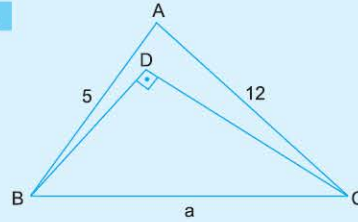
Şekilde  $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$  ve  $x$  tam sayıdır. ABC üçgeninin çizilmesini sağlayan  $x$ 'lerin toplamı kaçtır?

Açıların büyüklük sırası ile karşısındaki kenarların büyüklük sırası aynıdır.

Buna göre,

⋮  
18

2.



D noktası,  $\hat{ABC}$  nin iç bölgesinde bir nokta

$m(\hat{D}) = 90^\circ$

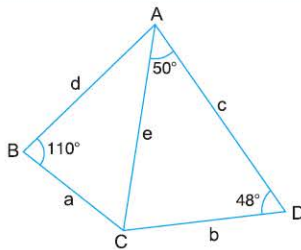
$|AB| = 5$  br

$|AC| = 12$  br

olduğuna göre,  $a$  nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

3.

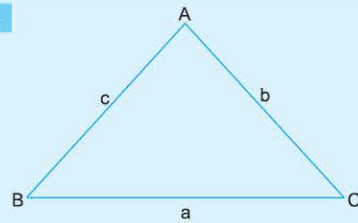


Şekildeki verilere göre,  $a, b, c, d, e$  sayılarının hangisi en büyüktür?

$110^\circ$  en büyük açı olsa da en uzun kenar  $e$  değildir.

⋮  
c dir.

3.



ABC bir üçgen,  
 $m(\hat{ABC}) = 50^\circ$  ve  
 $m(\hat{BAC}) = 80^\circ$  dir.

Buna göre, aşağıdaki sıralamaların hangisi doğrudur?

- A)  $a > b > c$     B)  $a = b > c$     C)  $a > c > b$   
D)  $a > b = c$     E)  $a = b = c$

1-C

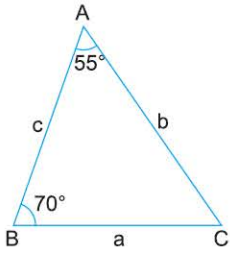
2-D

3-D



# TEST 1

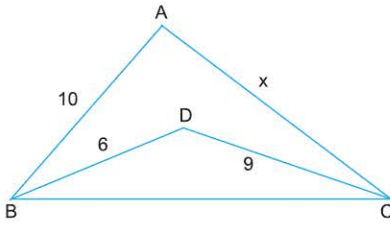
1.



Şekilde belirtilen verilere göre,  $|c - b| - |b - a| + |c - a|$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $a - c$  B)  $a - b$  C)  $a + c$  D)  $2c$  E)  $2b$

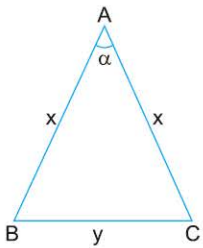
2.



D noktası,  $\widehat{ABC}$ 'nin iç bölgesinde bir noktadır. Şekilde belirtilen verilere göre, x'in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

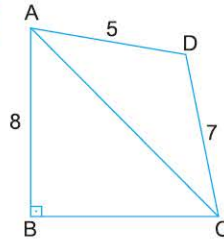
3.



ABC ikizkenar üçgen,  $|AB| = |AC| = x$ ,  $|BC| = y$ ,  $m(\widehat{A}) = \alpha$  ve  $x > y$  olduğuna göre,  $\alpha$  açısının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 61 B) 60 C) 59 D) 58 E) 57

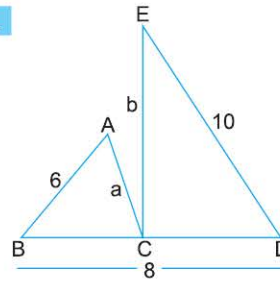
4.



Şekildeki dörtgende;  $[AB] \perp [BC]$ ,  $|AB| = 8$  br,  $|AD| = 5$  br ve  $|DC| = 7$  br dir.  $|AC|$  nin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

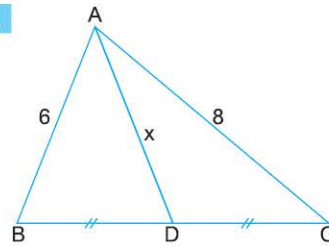
5.



ABC ve ECD birer üçgen B, C ve D noktaları doğrusaldır.  $a + b$  toplamının en küçük değeri hangi tam sayıya yakındır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6.



Şekildeki ABC üçgeninde  $|AB| = 6$  br,  $|AC| = 8$  br,  $|BD| = |DC|$ ,  $m(\widehat{A}) > 90^\circ$  olduğuna göre, x in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

1-A

2-D

3-C

4-D

5-C

6-C



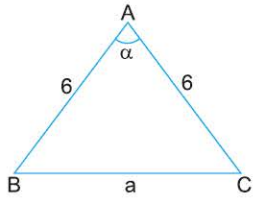
1. Kenar uzunlukları  $a, b, c$ ; iç açıları  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  olan ABC üçgenlerinden,

- I.  $a = 4$  cm  
 $b = 5$  cm  
 $m(\hat{A}) = 95^\circ$
- II.  $m(\hat{C}) = 90^\circ, h_a = 4$  cm,  $h_b = 5$  cm
- III.  $b = 4$  cm,  $a = 8$  cm,  $h_a = 5$  cm
- IV.  $a = 6$  cm,  $b = 4$  cm,  $c = 3$  cm

Verileri ile hangileri çizilebilir?

- A) I ve II
- B) II ve III
- C) II ve IV
- D) Yalnız I
- E) Yalnız II

2.

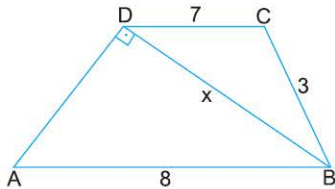


ABC ikizkenar üçgen,  
 $|AB| = |AC| = 6$  br  
 $|BC| = a$  br dir.  
 $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

olduğuna göre,  $a$  nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

3.

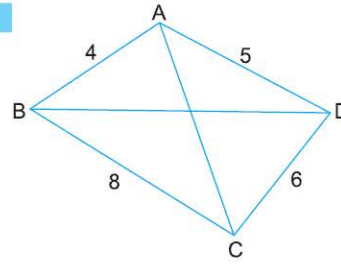


ABCD ve DBC üçgen,  
 $AD \perp DB$  dir.  
 $|AB| = 8$  br  
 $|DC| = 7$  br  
 $|BC| = 3$  br

olduğuna göre,  $x$  in tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 13
- B) 15
- C) 16
- D) 17
- E) 18

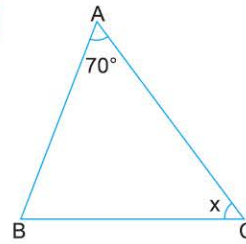
4.



- A) 6
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 23

Şekildeki ABCD dörtgeninin kenar uzunlukları aynı birimle belirtilmiştir.  
 $|AC| + |BD|$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

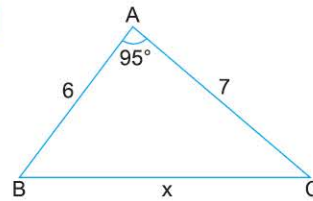
5.



Şekilde;  
 $|AC| > |AB|$ ,  
 $m(\hat{A}) = 70^\circ$ ,  
 $m(\hat{C}) = x$   
olduğuna göre,  $x$  in en büyük tam sayı değeri kaç derecedir?

- A) 51
- B) 52
- C) 53
- D) 54
- E) 55

6.



ABC bir üçgen,  
 $m(\hat{A}) = 95^\circ$ ,  
 $|AB| = 6$  cm,  
 $|AC| = 7$  cm  
olduğuna göre,  
 $|BC| = x$  in kaç değeri vardır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



## 16. Mikro Konu: NOKTANIN ANALİTİK İNCELENMESİ

### 1. Düzlemde Yer Belirtme

	A	B	C
1	Emre	Berkay	Kuzey
2	Ozan	Arzu	Barış
3	Uygar	Çağdaş	Sertaç

Yukarıdaki şekil bir sınıfın planı, A, B, C bu sınıftaki sıra gruplarının adlarıdır. Bu sınıftaki öğrencilerin her birinin oturduğu yer, taban düzlemine ait birer nokta modelidir. Kuzey'in bu sınıftaki yeri, C grubunun 1. sırası anlamında (C,1) ikilisi ile belirtilmiştir. Benzer düşünce ile siz de sınıftaki diğer kişilerin yerlerini belirten ikilileri söyleyiniz.

Bu örnek, düzlemin noktaları ile ikilileri arasında bir ilişki olduğunu sezmemiz içindir. Bu nedenle ikilileri hatırlamakta yarar vardır.

### 2. İkili, Sıralı İkili ve İkilinin Bileşenleri

İkili	1. bileşen	2. bileşen
(a, b)	a	b

(C,1), (a,b) ve benzeri anlatımlara ikili, ikiliyi oluşturan kavramlara ikilinin bileşenleri denir.

İkilide bileşenlerin sırası önemli ise, bu ikiliye sıralı ikili adı verilir.

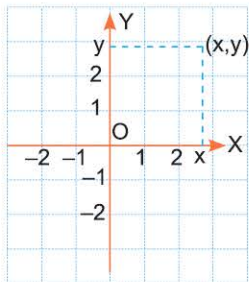
#### Örnek:

$a \neq b$  ise,  $(a,b) \neq (b,a)$  dır.

- İkililerin eşitliği, karşılıklı bileşenlerinin eşitliğidir.
- $(a, b - a) = (2, -3)$  ise,  $a = 2$  ve  $b - a = -3$  tür.

$$(a, b) = (2, -1) \text{ olur.}$$

### 3. Dik Koordinat Sistemi, Orijin ve Analitik Düzlem



Dik kesişen ve başlangıç noktaları ortak olan iki koordinat doğrusu ile bunların ortak noktasının oluşturduğu sisteme "dik koordinat" sistemi denir. Yukarıda örneği görülen bu sistem, düzlemin noktaları ile gerçek sayı ikililerini eşleştirmeye yarar.

- X eksenine apsiler ekseni, x sayılarına apsis;
- Y eksenine ordinatlar ekseni, y sayılarına ordinat,
- O noktasına başlangıç noktası (orijin)
- $(x, y)$  reel ikilisine noktanın dik koordinatları denir.

### 4. Noktanın Dik Koordinatları

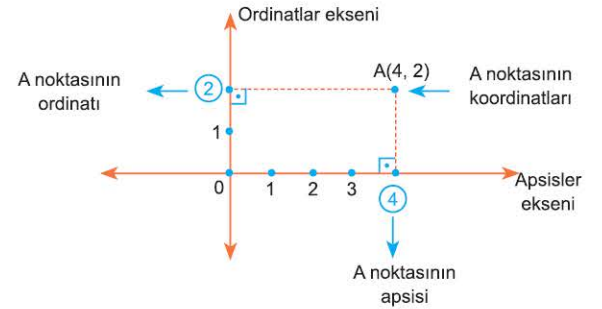
Noktadan eksellere inilen dikmelerin dikme ayaklarına eşleşen sayılardır.

Bu sayıların yatay eksende olanına apsis, dikey eksendekine ordinat denir.

Apsileri x, ordinatları y ile göstermek bir alışkanlıktır.

$(x, y)$  sıralı ikilileri analitik düzlemin noktalarının koordinatlarıdır.

#### Örnek:



- Analitik düzlem üzerine dik koordinat sistemi çizilen düzlemdir.

### 5. Noktanın Koordinatlarının Geometrik Anlamı

Bir noktanın koordinatlarının geometrik anlamı vardır ve şöyledir.

$P(a, b)$  ise  $|b|$  :  $P$  nin **X** eksenine uzaklığı

$|a|$  :  $P$  nin **Y** eksenine uzaklığıdır.

#### Örnek:

- $K(-3, 1) \Rightarrow$  "K noktası; Y ekseninin solunda ve 3 birim uzaklığında; X ekseninin üst tarafında 1 birim uzaklığındadır, denir.

Bir noktanın apsisi, o noktanın Y eksenine olan uzaklığı ve bu uzaklığın yönüdür.

Ordinat ise X eksenine uzaklık ve yöndür.

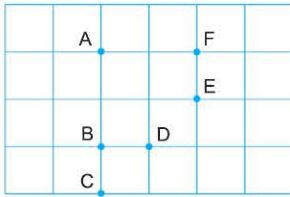
Bu tanımlamalarla;

X ekseninde her noktanın ordinatının sıfır,

Y ekseninde her noktanın apsisinin sıfır ve

orijinin koordinatlarının (0, 0) olması bu nedenledir.

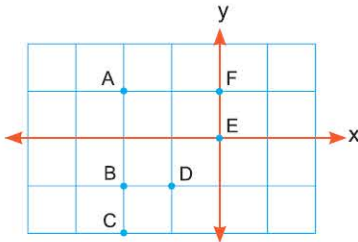
#### Örnek:



Birim karelere ayrılmış yandaki analitik düzlem modelinde, **A** noktasının koordinatları  $(-2, 1)$  olduğuna göre, sistemin başlangıç noktası hangisidir?

#### Çözüm:

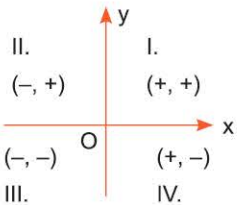
Bu uygulamada istenen,  $(-2, 1)$  noktasına göre, koordinat eksenlerinin çizilmesidir. Bunun için,  $A(-2, 1)$  noktasının koordinatları ile eksenler arasındaki uzaklık ve yön ilişkisinden yararlanılır.



**-2 nin anlamı:** A noktası y ekseninin sol tarafında 2 birim uzaktadır denir, Y eksenini çizilir.

**1 in anlamı:** A noktası x ekseninin üst tarafında ve 1 birim uzaktadır denir, X eksenini çizilir.

### 6. Noktanın Bölgesi ve Koordinatlarının İşaretleri

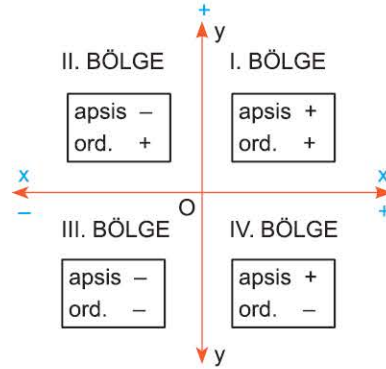


Koordinat sistemi analitik düzlemi 4 açısız bölgeye ayırır. Bu bölgelerdeki noktaların koordinatlarının işaret durumları yukarıda belirtildiği gibidir. Eksenler, bu bölgelerin hiç birine dahil değildir.

#### Örnek:

$P(m, n) \in$  II. bölge olduğuna göre,  $R(-n, m)$  hangi bölgededir?

#### Çözüm:



- $P(m, n) \in$  II. bölge  $\Rightarrow m < 0$   
 $n > 0$
- $R(-n, m) \Rightarrow R(-, -)$  dir. O halde,  $R \in$  III. bölge olur.

#### Örnek:

**a** nın hangi tam sayı değerleri,  $A(a + 2, 3a - 15)$  noktasının IV. bölgede olmasını sağlar?

#### Çözüm:

- $A \in$  IV. bölge  $\Rightarrow$
- $a + 2 > 0$  ve  $a > -2$
  - $3a - 15 < 0$  ve  $a < 5$  olur.
  - $-2 < a < 5$
  - $-1, 0, 1, 2, 3, 4$

#### Örnek:

$$|x \cdot y| = -x \cdot y$$

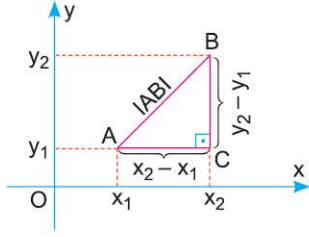
$$x^2y < x^3$$

olduğuna göre,  $(x, y)$  noktaları hangi bölgededir?

#### Çözüm:

- $|x \cdot y| = -x \cdot y \Rightarrow x \cdot y < 0$   
x ile y zıt işaretlidir.
- $x^2y < x^3 \Rightarrow y < x$  tir.  
- +  
 $(x, y) = (+, -)$   
 $(x, y) \in$  IV. bölge

## 7. Düzlemin İki Noktası Arasındaki Uzaklık



- $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktaları arasındaki uzaklık,  $|AB|$  nin uzunluğudur.
- Bu uzunluk

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

formülü ile hesaplanır.

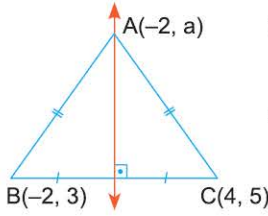
## Örnek:

- $A(-1, 5)$  ve  $B(4, -7) \Rightarrow |AB| = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (5 - (-7))^2}$   
 $= |AB| = 13$  br dir.

## Örnek:

$A(-2, a)$  noktası,  $B(-2, 3)$  ve  $C(4, 5)$  noktalarından eşit uzaklıkta olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

## Çözüm:



Bu soru ve benzerleri, aksi belirtilmedikçe şekildeki gibi anlaşılacaktır.

$$|AB| = |AC|$$

$$\sqrt{0 + (3 - a)^2} = \sqrt{36 + (5 - a)^2}$$

$$a = 13 \text{ olur.}$$

## 8. Bir Doğru Parçasını İçten veya Dıştan Belli Bir Oranda Bölen Noktanın Koordinatları

## Orta Nokta

## Örnek:

Bir doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını bulunuz.

## Çözüm:



$|AB|$  bir doğru parçası,  $|AC| = |CB|$  ve  $C \in [AB]$  olduğu için  $C$  noktası bu doğru parçasının orta noktasıdır.

$A(x_1, y_1)$ ,  $C(x_0, y_0)$  ve  $B(x_2, y_2)$  ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ olur.}$$

## Örnek:

ABCD paralelkenarında,

$A(1, 2)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(3, 5)$  ve  $D(x_0, y_0)$  olduğuna göre,  $D$  nin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

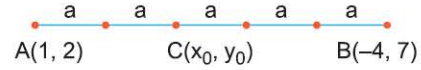
## Çözüm:

- Paralelkenarda (paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) karşılıklı köşelerinin apsisleri toplamı (ordinatları toplamı) eşittir.
- ABCD paralelkenarında  $A$  ile  $C$  ve  $B$  ile  $D$  karşılıklı köşelerdir.
- $D(x_0, y_0)$  olsun. Bu durumda  
 $1 + 3 = 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = 0$  ve  
 $2 + 5 = 3 + y_0 \Rightarrow y_0 = 4$  olur.  $D(0, 4)$  bulunur.

## Örnek:

Bir doğru parçasını İçten ya da dıştan belli bir oranda bölen noktanın koordinatları, aşağıda örneklenen mantıkla da bulunabilir.

$|AB|$  uzunluğunu bir yol, eşit parçaları birer adım kabul ederek,



şekildeki  $C$  noktasının koordinatları hangisidir?

## Çözüm:

Beş adım olan  $|AB|$  yolunun başında apsis 1 iken, 5 adım sonra  $(-4)$  olmuş. Yani 5 azalmıştır. 5 adımda 5 azalmışsa her adım sonunda 1 azalmıştır.  $A$  dan  $C$  ye 2 adımla gidileceğinden,  $A$  nin apsisi 2 azalıp  $C$  nin apsisi olur. Buna göre;

$$x_0 = 1 - 2 = -1 \text{ dir.}$$

Aynı yöntemle;  $y_0 = 2 + 2 = 4$  bulunur ve  $C(-1, 4)$  olur.

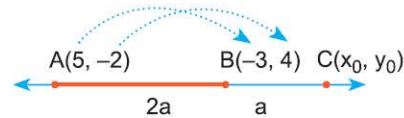
## Örnek:

$A(5, -2)$  ve  $B(-3, 4)$  dir.  $|AB|$  ni  $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$  oranında dıştan

bölen  $C(x_0, y_0)$  noktasının koordinatlarını bulalım.

## Çözüm:

Verilenlerle taslak bir şekil oluşturulur.



Yol  $A$  dan  $C$  ye 3;  $A$  dan  $B$  ye 2 adımdır.

$A$  nın apsisi 2 adım sonra 8 azalmış, 1 adımda 4 azalır.

3 adım sonra  $A$  dan  $C$  ye gidileceğinden,  $A$  nın apsisi 12 azaltılarak  $C$  nin apsisi  $(-7)$  olarak elde edilir.

$A$  nın ordinatı için de aynı yol izlenerek 7 bulunur.



1.  $M(a + 1, -2)$  noktasının apsisi; ordinatının 2 katı olduğuna göre,  $a$  sayısı kaçtır?

**Çözüm:**

- $M(a + 1, -2)$  ikilisinde,  
 $a + 1$  : 1. bileşen (apsis) ve  
 $-2$  : 2. bileşen (ordinat) dir.
- $a + 1 = 2 \cdot (-2) \Rightarrow a = -5$  tir.

2.  $(2x - y, 4 - y)$  sıralı ikilisi, apsisi ordinatına eşit olan bir noktanın koordinatları olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

**Çözüm:**

- $2x - y = 4 - y \Rightarrow 2x = 4$   
 $x = 2$  dir.

3.  $P(m, 2m + 4)$  noktasının ordinatı, apsisinin 3 katına eşittir. Buna göre,  $P$  nin  $x$  eksenine uzaklığı kaç birimdir?

**Çözüm:**

- $2m + 4 = 3 \cdot m \Rightarrow m = 4$  ve  $P(4, 12)$  dir.
- Ordinat  $(2m + 4)$ ,  $x$  eksenine uzaklıktır.  
 $2m + 4 = 2 \cdot 4 + 4 = 12$  birim dir.

4.  $A(3, a - 2)$  noktası,  $x$  eksenı üzerindedir. Buna göre,  $a$  kaçtır?

**Çözüm:**

- $x$  eksenı üzerindeki her noktanın ordinatı sıfırdır.
- Bu nedenle  $x$  eksenı üzerindeki her noktasının  $y$  si (ordinatı) sıfır anlamında,  $y = 0$  olarak da belirtilir.
- $A(3, a - 2) \in x$  eksenı  $\Rightarrow a - 2 = 0$   
 $a = 2$

5.  $A(m - 3, 6)$  noktası,  $y$  eksenı üzerindedir. Buna göre,  $m$  kaçtır?

**Çözüm:**

- $y$  eksenı üzerindeki her noktanın apsisi ( $x$  i) sıfırdır.
- Bu nedenle,  $y$  ekseninin her noktasının  $x$  i (apsisi) sıfır anlamında  $x = 0$  şeklinde de belirtilir.
- $A \in y$  eksenı  $\Rightarrow m - 3 = 0$   
 $m = 3$

6.  $a$  ve  $b$  nin hangi değerleri için  $K(a - 2, a + 2b - 8)$  noktası orijini belirtir?

**Çözüm:**

- Orijinin hem apsisi hem de ordinatı sıfırdır. Bu nedenle
- $K(a - 2, a + 2b - 8) = 0(0, 0)$   
 $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$   
 $a + 2b = 8 \Rightarrow b = 3$
- $a = 2$  ve  $b = 3 \Rightarrow K(0, 0)$  dir.

## ÖN TEST 1

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1.  $(a - 4, 5 - a)$  ikilisinin bileşenleri ardışık tam sayılar olduğuna göre  $a$ 'nın değerlerini bulunuz.

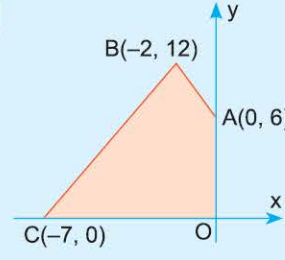
Ardışık tam sayıların farklarının mutlak değerleri 1 dir.

Buna göre

⋮

$$a = 4 \text{ veya } a = 5$$

1.



Şekildeki verilere göre, taralı alan kaç  $br^2$  dir?

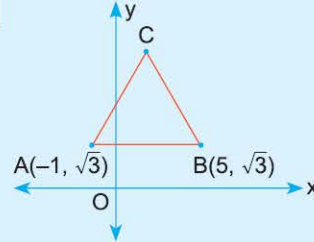
- A) 48      B) 42      C) 38      D) 36      E) 32

2.  $(3x-1, 2y+1) = \left(\frac{1}{3}, 3\right)$  olduğuna göre,  $x \cdot y$  kaçtır?

Sıralı ikililer eşitse karşılıklı bileşenler eşittir. Buna göre,

⋮  
 $x \cdot y = 0$

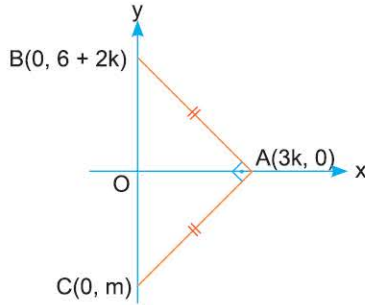
2.



ABC eşkenar üçgeninde  $A(-1, \sqrt{3})$  ve  $B(5, \sqrt{3})$  olduğuna göre, C noktasının ordinatı kaçtır?

- A) 4      B) 6      C)  $4\sqrt{3}$       D)  $5\sqrt{3}$       E)  $6\sqrt{3}$

3.



Şekilde;  
 $|AB| = |AC|$ ,  
 $[AB] \perp [AC]$   
 $A(3k, 0)$ ,  
 $B(0, 6 + 2k)$  ve  
 $C(0, m)$   
olduğuna göre,  
 $m$  kaçtır?

ABC üçgeninde öklid bağıntısı ikizkenar üçgen özelliği ve muhteşem üçlü yeter. Buna göre;

⋮  
 $m = -18$

3.  $A(2k - 5, 2k - 7)$ , eksenlere eşit uzaklıkta noktalar olduğuna göre, bu noktaların orijine uzaklığı kaç birimdir?

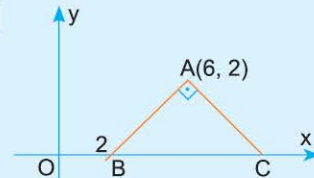
- A) 1      B)  $\sqrt{2}$       C) 2      D)  $\sqrt{3}$       E) 3

4. Orijinden 3 br uzakta ve eksenler üzerinde olan kaç nokta vardır?

Merkezi orijin olan 3 br yarıçaplı çemberi çiziniz.

Eksenleri kestiği noktaları sayınız.

4.



Şekilde;  
 $[AB] \perp [AC]$   
 $B(2, 0)$ ,  
 $A(6, 2)$   
C noktasının apsisi kaçtır?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 12

1-A

2-C

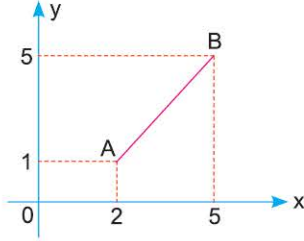
3-B

4-A



# TEST 1

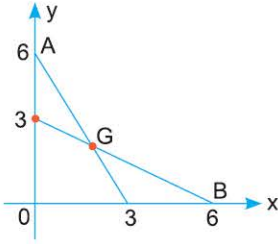
1.



Şekilde;  
A(2,1) ve B(5,5)  
Buna göre,  
|AB| kaç birimdir?

- A) 8      B) 7      C) 6      D) 5      E) 4

2.



Şekilde belirtilen verilere göre, G noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 6      B) 4      C) 2      D)  $\frac{3}{2}$       E) 1

3. A(-4, a - 2) ve B(b - 1, 5) aynı bölgeye ait noktalar olduğuna göre, (a - b) nin en küçük değeri kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 2      E) 3

4. Analitik düzlemde, A(x, x.y) noktası III. bölgede ve B(y.z, x) noktası IV. bölgede noktalar olduğuna göre, x, y, z sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, +      B) +, -, +      C) +, +, -  
D) -, -, +      E) +, +, +

5.  $a \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere; x eksenine uzaklığı 7 birim olan M(a + 2, a + 4) noktasının y eksenine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

6. A(m - 2, m + 4)  $\in$  II. bölge ve m  $\in$  Z olduğuna göre, m nin tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -7      B) -6      C) -5      D) -4      E) 2

1-D

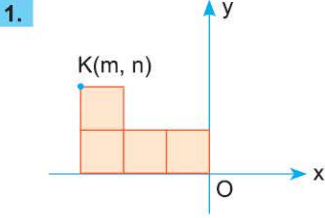
2-B

3-D

4-A

5-A

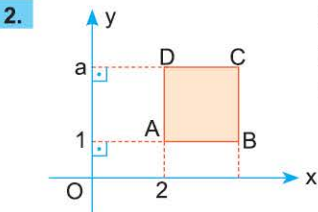
6-C



4 eş kareden oluşan şekildeki taralı çokgensel bölgenin çevresi 40 birimdir.

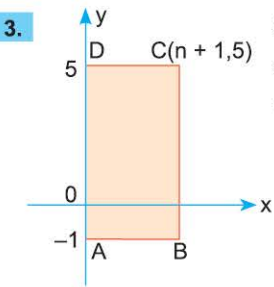
Buna göre, K'nın koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 4      B) 0      C) -4      D) -6      E) -8



Şekildeki ABCD karesinin, B köşesinin koordinatları farkı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1      B) 2      C) a + 1      D) a + 2      E) a



Şekildeki ABCD dikdörtgensel bölgesinin alanı  $24 \text{ br}^2$  olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

4.  $A(a + 4, 6 - a)$  noktasının eksenlere olan uzaklıkları, bir dikdörtgenin kenar uzunluklarıdır.

Buna göre, bu dikdörtgenin alanı en çok kaç birimkaredir?

- A) 9      B) 12      C) 16      D) 25      E) 36

5.  $B(3p - 6, p + 1)$  noktası, koordinat sisteminin ayırdığı II. bölgede olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $p < -1$       B)  $-2 < p < 1$       C)  $-1 < p < 2$   
D)  $2 < p$       E)  $1 < p < 2$

6.  $x, y \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $A(x - 4, 3 - y)$  noktası, IV. bölgededir. Buna göre,  $x + y$  toplamının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 10      B) 9      C) 8      D) 7      E) 6



## 19. Mikro Konu:

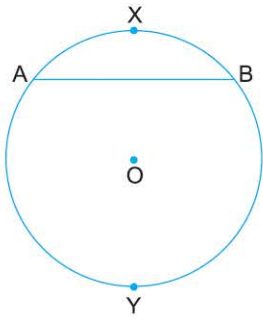
ÇEMBERLERİN AÇILARI,  
KIRIŞ VE YAY ÖZELLİKLERİ

Çember ve daire konusu, geometrinin kolay ve sevimli konularından biridir. Konu ile ilgili temel bilgiler (açı, uzunluk, alan gibi) yeterlilik sorularını çözmemize yeter.

Ancak her konunun olduğu gibi bu konunun da alt yapısı üçgendir. Üçgen bilgileriniz tam ise çember daire konusunu üçgen tekrarı sayabilirsiniz.

## 1. Çemberde Kiriş ve Yay

Kiriş, çemberin herhangi iki noktasını birleştiren doğru parçası; yay ise çember ve parçalarının adıdır.



Şekilde,

- [AB] bir kiriş
- AXB, AYB ve çemberin kendisi birer yaydır.
- [AB] kirişi; AXB ve AYB yaylarının gördüğü kiriş,
- AXB, AYB yayları ise [AB] kirişinin gördüğü yaylardır.

## 2. Çemberde Açı

Açı, bilinen anlamdadır "çemberde açı", köşesinin bulunduğu bölgeye ve kollarına göre özel adlarla söylenen ve gördükleri yaylar yardımıyla ölçülen açılardır.

Bu adımda bu açıların adlarını, görüntülerini, nasıl ölçüldüklerini ve gördükleri yayların ölçüleri ile bu açıların ölçüleri arasındaki ilişkileri inceleyiniz. Bu açılar; "merkez açı, çevre açısı, teğet - kiriş açısı, iç açı ve dış açı" adlarıyla karşımıza çıkan çemberlerin açıları ile ilgili başarımız için:

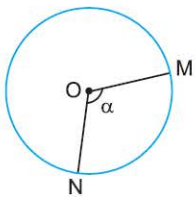
Açıyı şekil olarak tanımak,

Nasıl ölçüldüğünü bilmek,

Açıların arasındaki ilişkileri görmek,

Geometrinin diğer konularına ait bilgilerin gerekli olanlarını bu konuya aktarabilmek gerek ve yeterlidir.

## a) Merkez Açı



Çemberle aynı düzlemlili olan, köşesi çemberin merkezinde bulunan açılara **Merkez Açı** denir.

$\alpha$  ve benzerleri merkez açıdır.

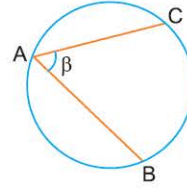
Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\widehat{MON}) = m(\widehat{MN}) \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$$m(\widehat{MN}) = 100^\circ \Leftrightarrow \alpha = 100^\circ \text{ dir.}$$

## b) Çevre Açısı



Köşesi çember üzerinde bulunan, kolları çemberin kirişleri olan açılara **Çevre Açısı** denir.

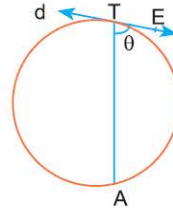
$\beta$  ve benzerleri çevre açıdır.

$$m(\widehat{CAB}) = \frac{m(\widehat{BC})}{2} \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$$m(\widehat{BC}) = 80^\circ \Leftrightarrow \beta = 40^\circ \text{ dir.}$$

## c) Teğet - Kiriş Açısı



Köşesi çemberin üzerinde, kollarından biri teğet, biri kiriş olan açılara **Teğet-Kiriş Açısı** denir.

$\theta$  ve benzerleri teğet - kiriş açıdır.

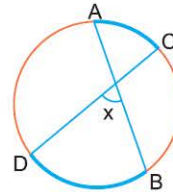
Gördüğü yayın yarısıyla ölçülür.

$$\text{Buna göre, } m(\widehat{ETA}) = \frac{m(\widehat{AT})}{2} \text{ dir.}$$

**Örnek:**

$$\theta = 50^\circ \Leftrightarrow m(\widehat{AT}) = 100^\circ \text{ dir.}$$

## d) İç Açı



Şekildeki x açısına ve benzerlerine çemberde **İç Açı** denir.

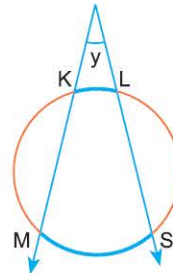
$$x = \frac{m(\widehat{AC}) + m(\widehat{DB})}{2} \text{ dir.}$$

İç açının ölçüsü, gördüğü yayların toplamının yarısıdır.

**Örnek:**

$$m(\widehat{AC}) = 20^\circ \text{ ve } m(\widehat{DB}) = 80^\circ \Rightarrow x = \frac{20^\circ + 80^\circ}{2}$$

## e) Dış Açı



Şekildeki y açısına ve benzerlerine çemberde **Dış Açı** denir.

$$y = \frac{m(\widehat{MS}) - m(\widehat{KL})}{2}$$

Dış açının ölçüsü gördüğü yayların farkının yarısıdır.

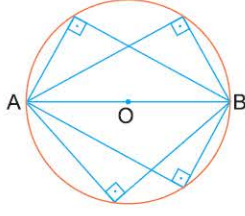
**Örnek:**

$$m(\widehat{KL}) = 20^\circ \text{ ve } m(\widehat{MS}) = 50^\circ \Rightarrow y = \frac{50^\circ - 20^\circ}{2}$$

$$y = 15^\circ$$

## 3. Sonuçlar

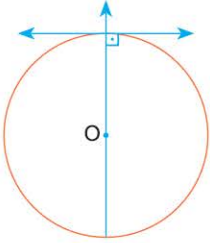
## 1. Bir çemberde çapı gören çevre açıları 90 ar derecedir.



- Çap, çemberi  $180^\circ$  lik iki yaya ayırır.
- Bir çevre açının çapı görmesi  $180^\circ$  lik yayı görmesidir.
- Bu nedenle çapı gören çevre açıları  $90$  ar derecedir.

## 2. • Teğetin değme noktasını merkeze birleştiren doğru teğet dik olur. (Teğetin temel öz)

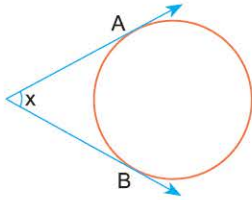
- Merkezden teğete çıkılan dikme değme noktasından geçer.



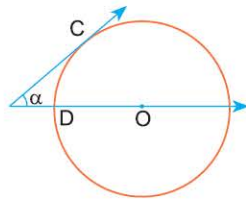
- Teğet - kiriş açısı özel bir çevre açıdır.
- Teğet - kiriş açısı ve çevre açısı gördüğü yayın yarısı ile ölçülür.
- Değme noktasını merkeze birleştiren doğru, çemberi iki yarım çembere ayırır.

Bir çemberde teğetin değme noktasını merkezle birleştiren doğru teğete diktir.

## 3. Aşağıdaki Özel Dış Açıları Bilmek Zaman Kazandırır

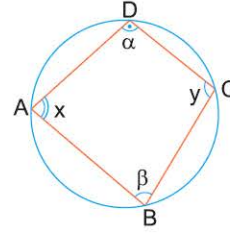


Dış açının her iki kenarı çemberin teğeti ise,  
 $x + m(\widehat{AB}) = 180^\circ$



Dış açının bir kenarı teğet, diğeri çap ise,  
 $\alpha + m(\widehat{CD}) = 90^\circ$  dir.

## 4. Kirişler Dörtgeni

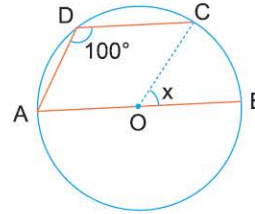


Şekildeki dörtgene ve benzerlerine kirişler dörtgeni denir.

Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar bütündür.

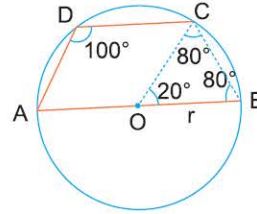
Yani,  $\alpha + \beta = 180^\circ$  ve  
 $x + y = 180^\circ$

## Örnek:



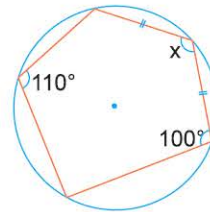
Şekilde  
 [AB] çap,  
 O noktası merkez ve  
 $m(\widehat{D}) = 100^\circ$   
 $m(\widehat{COB}) = x$   
 kaç derecedir?

## Çözüm:



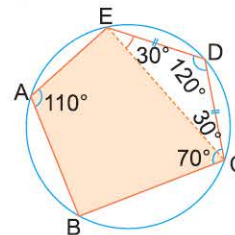
- ABCD kirişler dörtgenidir.  
 $m(\widehat{D}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$   
 $100^\circ + m(\widehat{B}) = 180^\circ$   
 $m(\widehat{B}) = 80^\circ$
- $|OC| = |OB| = r$   
 $\widehat{OBC}$  ikizkenardır.  
 $x = 20^\circ$  olur.

## Örnek:



Kirişler dörtgeni soruya ait şekilde varsa veya ön işlemlerle (çizim taşıma gibi) biz oluşturmuşsak "karşılıklı açılar bütündür." özelliğini hatırlamamız yeterlidir.

## Çözüm:

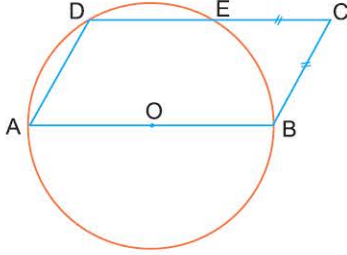


[EC] çizilerek,  
 EDC ikizkenar üçgeni ile  
 ABCD kirişler dörtgeni  
 elde edilir.  
 Bunlar yardımıyla  
 $x = 120^\circ$  bulunur.

### 5. Kiriş ve Yay Özellikleri

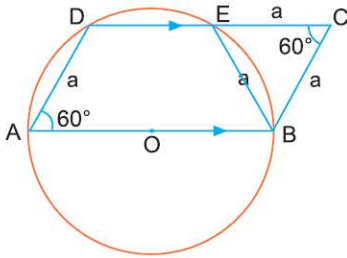
- Bir Çemberde Paralel Kirişler Arasında Kalan Yaylar Eşdir.

Örnek:



O noktası merkez, ABCD paralelkenar  $IECI = IBCI$  olduğuna göre,  $m(\hat{A})$  kaç derecedir?

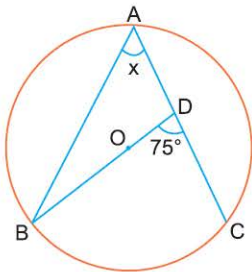
Çözüm:



**Kiriş ve yay özelliğinden,**  $DE \parallel AB$  ise  $m(\hat{AD}) = m(\hat{BE})$  ABCD paralelkenar olduğundan  $|AD| = |BC| = |BE| = a$  olur. O halde, BCE üçgeni eşkenar  $m(\hat{A}) = 60^\circ$  dir.

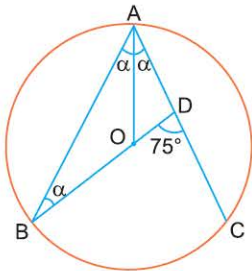
- Bir çemberde eş kirişlerin gördükleri yaylar eş; eş yayların gördükleri kirişler eşdir.
- Eş kirişlerin merkeze uzaklıkları eşittir.

Örnek:



Şekilde;  $IABI = IACI$  ve O noktası çemberin merkezidir.  $m(\hat{BDC}) = 75^\circ$  olduğuna göre,  $m(\hat{A}) = x$  kaç derecedir?

Çözüm:

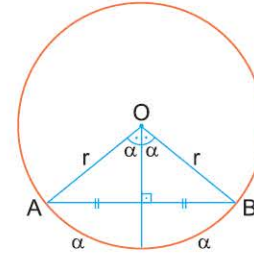


Kiriş ve yay özelliğinden

- $IABI = IACI$  ise O noktası  $\hat{A}$  nın kollarına eşit uzaklıktadır. Bu nedenle  $[AO]$  açıortay olur.
- $75^\circ = \alpha + 2\alpha$   
 $\alpha = 25^\circ$   
 $x = 2\alpha = 50^\circ$  bulunur.

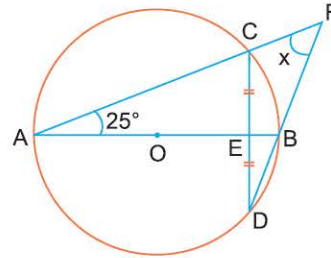
### Kirişin Temel Özelliği

- Bir çemberde, kirişin orta noktasını merkeze birleştiren doğru kirişe diktir.
- Merkezden kirişe inilen dikme kirişi ve gördüğü yayları ortalar.



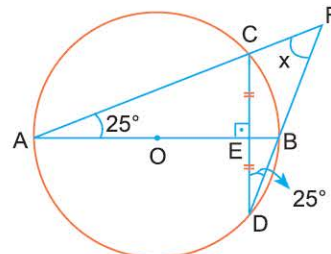
$\hat{ABO}$  ikizkenar  $[AB]$  tabandır. Tabanın yüksekliği, kenarortay ve açıortaydır.

Örnek:



Şekilde;  $[AB]$  çap  $ICEI = IEDI$   $m(\hat{A}) = 25^\circ$  olduğuna göre,  $m(\hat{AFD}) = x$  kaç derecedir?

Çözüm:

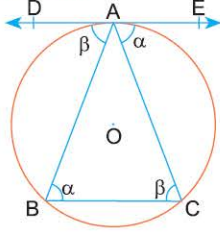


- O merkez,  $|CE| = |ED|$  ise  $AB \perp CD$
- $m(\hat{A}) = m(\hat{D}) = 25^\circ$  (Aynı yayı gören çevre açıları.)
- $x + 25^\circ + 25^\circ = 90^\circ$   
 $x = 40^\circ$  olur.



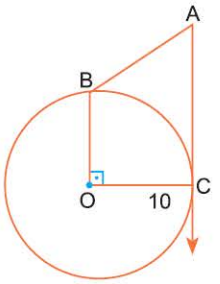
1. "Bir çemberde, aynı yayı gören çevre açılarla, teğet giriş açıları eşittir." sonucuna şekil üzerinde örnek veriniz.

**Çözüm:**



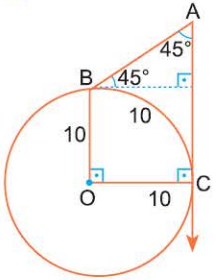
DE doğrusu, merkezli çembere A noktasında teğet olsun. oluşan açıları şekilde belirtildiği gibi isimlendirerek  
 $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ACB})$   
 $m(\widehat{EAC}) = m(\widehat{ABC})$   
 olduğu görülebilir.

- 2.



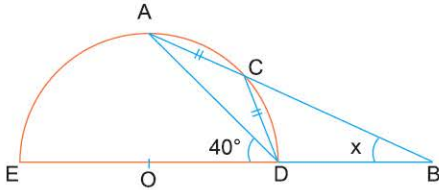
Şekildeki O merkezli çemberde,  $[OB] \perp [OC]$  ve  $[AC]$  teğettir.  $|OC| = 10$  cm  $|AC| = 20$  cm olduğuna göre,  $m(\widehat{BAC}) = x$  kaç derecedir?

**Çözüm:**



Teğetin temel özelliği ve çemberin tanımını hatırlamak çözüm için yeterlidir. Şöyle ki,  $[BD] \perp [AC]$  çizilirse OCDB kare,  $\widehat{BDA}$  dik üçgen olur. Böylece,  $x = 45^\circ$  bulunur.

- 3.



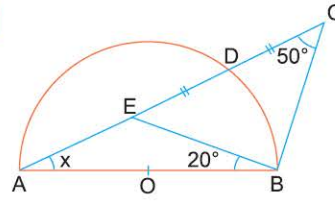
O merkezli yarım çember  $|AC| = |CD|$   $m(\widehat{ADE}) = 40^\circ$  dir.

Buna göre,  $m(\widehat{ABE}) = x$  kaç derecedir?

**Çözüm:**

$\widehat{ADE}$  çevre açısı,  $m(\widehat{EA}) = 80^\circ$   
 $m(\widehat{ACD}) = 100^\circ$   
 $|AC| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{AC}) = m(\widehat{CD}) = 50^\circ$   
 $m(\widehat{CD}) = 50^\circ \Rightarrow m(\widehat{CAD}) = 25^\circ$   
 $x + 25^\circ = 40^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$  dir.

- 4.



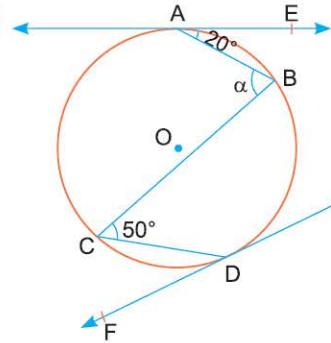
O noktası  $[AB]$  çaplı çemberin merkezidir.  $|ED| = |DC|$   $m(\widehat{C}) = 50^\circ$  ve  $m(\widehat{ABE}) = 20^\circ$

olduğuna göre,  $m(\widehat{CAB}) = x$  kaç derecedir?

**Çözüm:**

- $\widehat{EBC}$  de;  $|ED| = |DC|$  ve  $m(\widehat{C}) = 50^\circ$
- $[AB]$  çap olduğu için  $[BD] \perp [AC]$  olur.  $|ED| = |DC|$  ve  $[BD] \perp [EC]$  ise  $\widehat{EBC}$  ikizkenar ve  $m(\widehat{CEB}) = 50^\circ$   
 $x + 20^\circ = 50^\circ$   
 $x = 30^\circ$  bulunur.

- 5.



Şekilde; A ve D teğetlerin değme noktaları,  $|AB| = |CD|$  dir.  $m(\widehat{EAB}) = 20^\circ$   $m(\widehat{BCD}) = 50^\circ$   $m(\widehat{ABC}) = \alpha$

olduğuna göre,  $m(\widehat{ABC}) = \alpha$  kaç derecedir?

**Çözüm:**

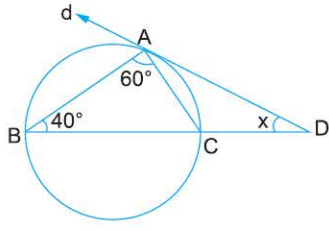
$|AB| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$  dir.  
 $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) \Rightarrow m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{CDF}) = 20^\circ$  dir.  
 $m(\widehat{BCD}) = 50^\circ \Rightarrow m(\widehat{BD}) = 100^\circ$   
 Çemberin ölçüsü  $360^\circ$  olduğuna göre,  
 $40^\circ + 2\alpha + 100^\circ + 40^\circ = 360^\circ$   
 $2\alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ$  olur.



## ÖN TEST 1

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1.



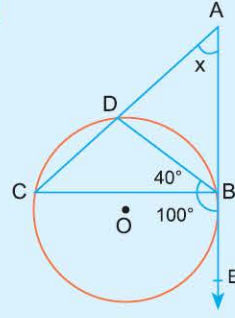
A değme noktasıdır.  
 $m(\widehat{B}) = 40^\circ$  ve  
 $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$   
 olduğuna göre,  
 $m(\widehat{D}) = x$  kaç derecedir?

Aynı yayı gören, çevre açısı ile teğet - kiriş açısı eşittir.  
 Buna göre,

$$\vdots$$

$$x = 40^\circ$$

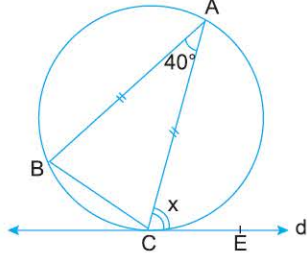
1.



Şekilde,  $[AB]$ , çembere B noktasında teğettir.  
 $m(\widehat{DBC}) = 40^\circ$ ,  $m(\widehat{CBE}) = 100^\circ$  ve  
 $x$  kaç derecedir?

- A) 30      B) 40      C) 45      D) 50      E) 60

2.



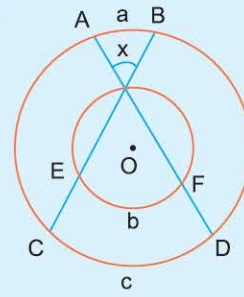
d doğrusu, C noktasında çembere teğettir.  
 $|AB| = |AC|$  ve  $m(\widehat{A}) = 40^\circ$   
 olduğuna göre,  
 $m(\widehat{ACE}) = x$  kaç derecedir?

Aynı yayı gören çevre açısı ile teğet kiriş açısı eşittir.

$$\vdots$$

$$x = 70^\circ$$

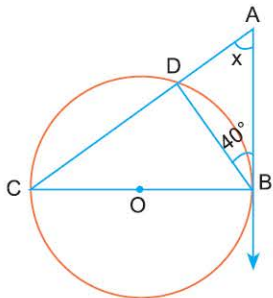
2.



Şekildeki çemberler eş merkezlidir.  
 $m(\widehat{AB}) = a$ ,  $m(\widehat{EF}) = b$ ,  $m(\widehat{CD}) = c$  dir.  
 $a + b + c = 240^\circ$  olduğuna göre,  
 $x$  kaç derecedir?

- A) 40      B) 45      C) 50      D) 55      E) 60

3.



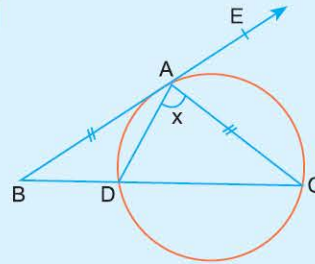
Şekildeki çemberde  $[AB]$  teğet ve  $[BC]$  çap olduğuna göre  $x$  kaç derecedir?

$[CB] \perp [AB]$  ve  $\widehat{CDB}$  çapı gören çevre açısı

$$\vdots$$

$$x = 50^\circ$$

3.



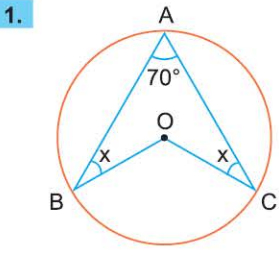
Şekilde;  $[BE]$  çembere A noktasında teğet,  $|AB| = |AC|$ ,  
 $m(\widehat{CAE}) - m(\widehat{CBE}) = 30^\circ$  ise,  
 $m(\widehat{CAD}) = x$  kaç derecedir?

- A) 90      B) 80      C) 70      D) 60      E) 50

1-E

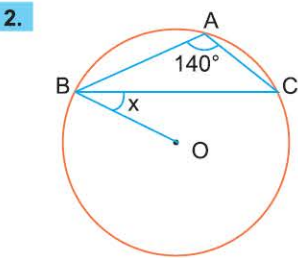
2-E

3-A



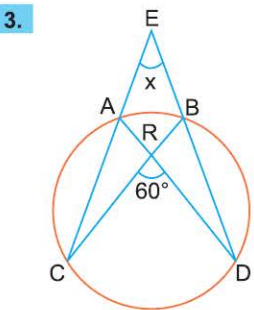
Şekildeki O merkezli çemberde  
 $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$   
 $m(\widehat{ABO}) = m(\widehat{OCA}) = x$   
**Buna göre, x kaç derecedir?**

- A) 30    B) 35    C) 40    D) 45    E) 60



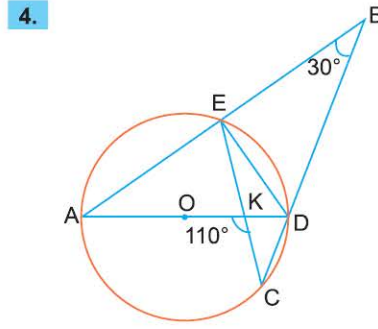
Şekildeki O merkezli çember  
 ABC üçgeninin çevrel çemberidir.  
 $m(\widehat{BAC}) = 140^\circ$  olduğuna göre,  
 $m(\widehat{OBC}) = x$  kaç derecedir?

- A) 50    B) 45    C) 40    D) 35    E) 30



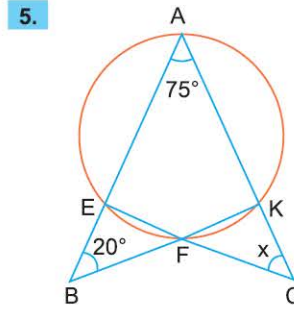
Şekilde,  
 $m(\widehat{DC}) = 5 \cdot m(\widehat{AB})$   
 $m(\widehat{CRD}) = 60^\circ$  olduğuna göre,  
**x kaç derecedir?**

- A) 25    B) 30    C) 35    D) 40    E) 45



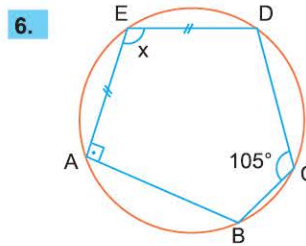
Şekildeki  
 [AD] çaplı çemberde  
 $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$   
 $m(\widehat{AKC}) = 110^\circ$   
**olduğuna göre,**  
 $m(\widehat{ADE})$  kaç derecedir?

- A) 30    B) 40    C) 50    D) 60    E) 70



Şekildeki çemberde;  
 $[EC] \cap [BK] = \{F\}$   
 $m(\widehat{A}) = 75^\circ$  ve  
 $m(\widehat{B}) = 20^\circ$  olduğuna göre,  
 $m(\widehat{C}) = x$  kaç derecedir?

- A) 10    B) 15    C) 20    D) 25    E) 30

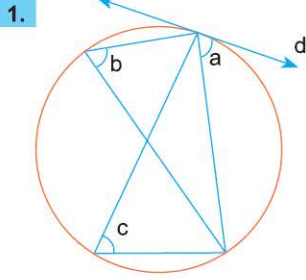


Şekilde; ABCDE beşgeninin  
 çevrel çemberi verilmiştir.  
 $[AE] \perp [AB]$ ,  
 $IAEI = IEDI$ ,  
 $m(\widehat{BCD}) = 105^\circ$   
**Buna göre,  $m(\widehat{DEA}) = x$**   
**kaç derecedir?**

- A) 100    B) 110    C) 120    D) 130    E) 150

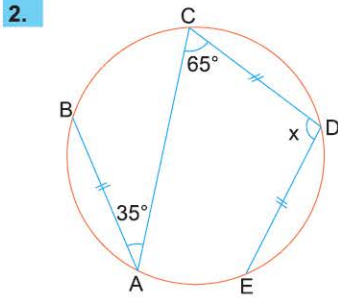


# TEST 2



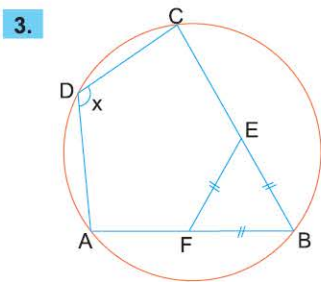
Şekildeki çemberde,  $d$  doğrusu teğet ve  $a + b + c = 165^\circ$  dir. Buna göre,  $a$  açısı kaç derecedir?

- A) 50    B) 55    C) 60    D) 65    E) 75



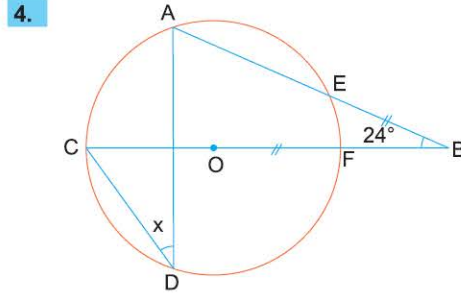
Şekilde,  $|AB| = |CD| = |DE|$ ,  $m(\widehat{BAC}) = 35^\circ$ ,  $m(\widehat{ACD}) = 65^\circ$  olduğuna göre,  $\widehat{CDE}$  açısı kaç derecedir?

- A) 110    B) 105    C) 100    D) 95    E) 90



Yandaki kirişler dörtgeninde,  $|EF| = |EB| = |FB|$  olduğuna göre,  $m(\widehat{ADC}) = x$  kaç derecedir?

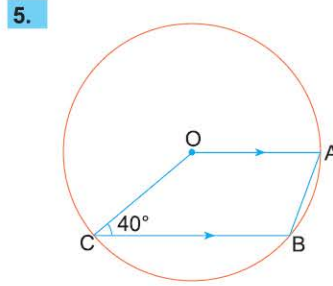
- A) 130    B) 125    C) 120    D) 115    E) 110



O merkez,  $|OF| = |EB|$ ,  $m(\widehat{ABC}) = 24^\circ$  olduğuna göre,

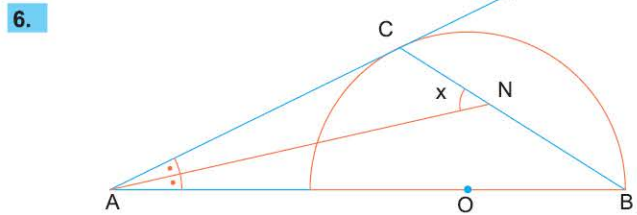
$m(\widehat{CDA}) = x$  kaç derecedir?

- A) 44    B) 42    C) 40    D) 38    E) 36



Yandaki O merkezli çemberde,  $[OA] \parallel [CB]$   $m(\widehat{OCB}) = 40^\circ$  olduğuna göre,  $m(\widehat{OAB})$  kaç derecedir?

- A) 70    B) 65    C) 60    D) 50    E) 40



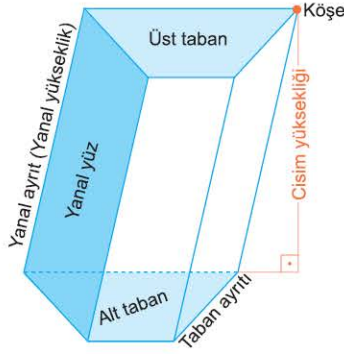
Şekilde,  $[AC, O$  merkezli yarım çembere teğet,  $[AN]$ ,  $\widehat{BAC}$  nın açıortayıdır.  $x$  kaç derecedir?

- A) 30    B) 35    C) 40    D) 45    E) 60

## 22. Mikro Konu: DİK PRİZMALAR

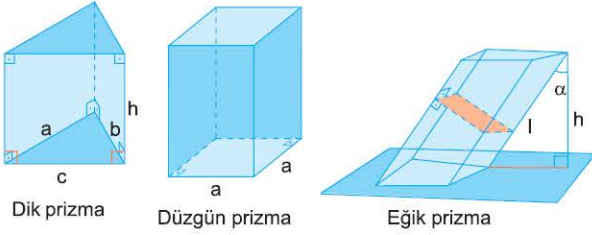
### 1. Prizma

Tabanı düzlem çokgeni olan şekildeki üç boyutlulara ve benzerlerine **prizma** denir.



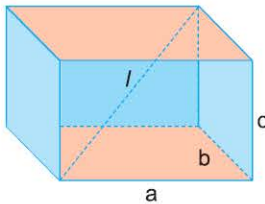
Prizmalar taban çokgenine göre isim alır.

Üçgen dik prizma, dikdörtgen dik prizma, düzgün altıgen prizma gibi.



Bu başlık altında daha çok özel prizmalarla ilgileneceğiz.

- Dik prizmalar  
Düzgün dik prizmalar  
Özel olarak;  
Küp,  
Kare prizma  
Dikdörtgenler prizması vb gibi
- **Dik prizma**; yanal ayırtları tabanlarına dik olan prizmalardır.
- **Düzgün prizma**; tabanı düzgün çokgen olan prizmalardır.



- Dikdörtgenler prizmasının, bir köşesinden çıkan üçayrıtına (a, b, c) bu prizmanın boyutları denir.
- Dikdörtgenler prizmasının, aynı düzlemli olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçasına cisim köşegeni (iç köşegen) denir.  
Şekildeki "l" cisim köşegenidir.

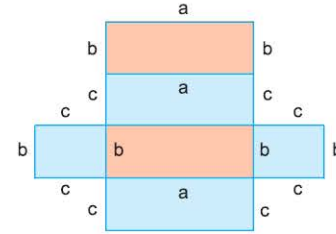
### 2. Özel Dik Prizmalar

#### a) Dikdörtgenler Prizması

Her dik prizmanın alanı, düzleme açılımının alanıdır.

Her dik prizmanın hacmi, taban alanı ile cisim yüksekliğinin çarpımıdır.

Örnek:



$Y_a$ , yanal alan ve  $A$ , alan olmak üzere

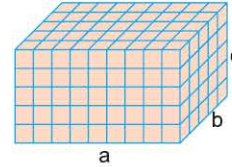
$$Y_a = 2bc + 2ac$$

$$A = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$= 2(ab + bc + ac) \text{ olduğu şekilde görülür.}$$

Hacim(V) = (a . b) . c dir. Çünkü,

Bir cismin hacmi, o cismi oluşturan birim küplerin sayısıdır.



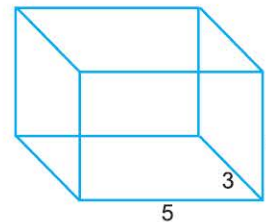
a.b tane birim küp c sıra olursa  
bu küplerin sayısı a.b.c tanedir.  
Yani hacim  $V = a.b.c$  birim  
küptür.

Dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni ve uzunluğunun hesaplanması

Örnek:

Boyutları 3 br, 4 br, 5 br olan dikdörtgenler prizmasının alanını, yanal alanını ve hacmini bulunuz.

Çözüm:

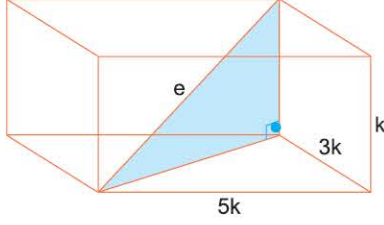


- $Y_a = \text{Taban çevresi} \cdot \text{yükseklik}$   
 $Y_a = 16 \cdot 4 = 64 \text{ br}^2$
- $\text{Alan} = Y_a + 2T_a$   
 $= 64 + 2 \cdot 15$   
 $= 94 \text{ br}^2$
- $\text{Hacim} = T_a \cdot h$   
 $V = (3 \cdot 5) \cdot 4$   
 $V = 60 \text{ br}^3$



**Örnek:**

Boyutları 1, 3, 5 sayıları ile orantılı ve cisim köşegeni  $\sqrt{70}$  cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmini bulunuz.

**Çözüm:**

$$e = \sqrt{(k)^2 + (3k)^2 + (5k)^2}$$

$$\sqrt{70} = \sqrt{(k)^2 + (3k)^2 + (5k)^2}$$

$$\sqrt{70} = \sqrt{35k^2}$$

$$k = \sqrt{2}$$

$$V = k.3k.5k$$

$$V = 30\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

**Örnek:**

Taban alanı  $16 \text{ cm}^2$ , hacmi  $160 \text{ cm}^3$  olan dik prizmanın yüksekliği kaç cm dir?

**Çözüm:**

Prizmanın hacmi, V ise

$V = \text{Taban alanı} \times \text{cisim yüksekliği}$ dir.

$$V = 160$$

$$T_a = 16$$

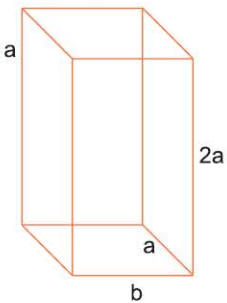
yükseklik = h olduğundan,

$$160 = 16 \cdot h \Rightarrow h = 10 \text{ cm}$$

**Örnek:**

Kenar uzunlukları tam sayı ve yüksekliği tabanının kısa kenar uzunluğunun 2 katı olan dikdörtgen dik prizmanın hacmi  $100 \text{ cm}^3$  tir.

**Bu prizmanın yanal alanı kaç  $\text{cm}^2$  olur?**

**Çözüm:**

$$V = (a \cdot b) \cdot 2a = 100 \text{ cm}^3$$

$$\text{ve } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

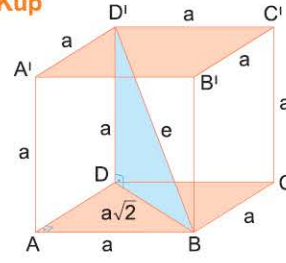
$$a^2 \cdot b = 50 = 25 \cdot 2 \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$= 1 \cdot 50 \begin{cases} a = 1 \\ b = 50 \end{cases}$$

$a < b$  koşulundan,  
 $a = 1$  ve  $b = 50$  dir.

$$Y_a = (2a + 2b) \cdot 2a$$

$$Y_a = (2 \cdot 1 + 2 \cdot 50) \cdot 2 = 204 \text{ cm}^2$$

**b) Küp**

Küp ayrıtları eş olan prizmadır.

Bu nedenle  $a = b = c$  alınarak

**Yanal alanı = Taban çevresi x yükseklik**

$$Y_a = 4a \cdot a$$

$$= 4a^2$$

**Alanı = 2 x (Taban alanı) + Yanal alanı**

$$A = 2a^2 + 4a^2$$

$$= 6a^2$$

**Yüzey köşegeni =  $|BD| = a\sqrt{2}$**

**Cisim köşegeni =  $e = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$**

**Hacmi = Taban alanı x Yükseklik**

$$V = a^2 \cdot a$$

$$V = a^3 \text{ formülleri elde edilir.}$$

**Örnek:**

Bir ayrıtı 4cm ( $a = 4\text{cm}$ ) olan bir küpün.

a) Yanal alanı  $4a^2 = 64 \text{ cm}^2$

b) Alanı  $6a^2 = 96 \text{ cm}^2$

c) Hacmi  $a^3 = 64 \text{ cm}^3$

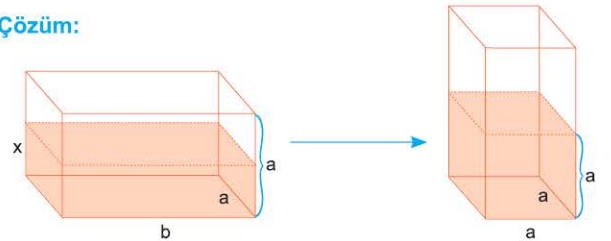
d) Cisim köşegeni  $= a\sqrt{3}$   
 $= 4\sqrt{3} \text{ cm}$

e) Yüzey köşegeni  $= a\sqrt{2}$   
 $= 4\sqrt{2} \text{ cm dir.}$

**Örnek:**

Ayrıtları a br ve b br olan prizma şeklindeki kap içerisinde bir miktar su vardır. Bu kap kare prizma konumuna getirildiğinde su ile dolan kısım küp oluşturuyor.

**Buna göre, suyun ilk yüksekliğinin a ve b cinsinden bulunuz.**

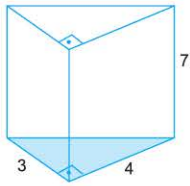
**Çözüm:**

Kabın konum değiştirmesi hacmini değiştirmeyeceğinden;

$$a \cdot b \cdot x = a^3 \text{ ve } x = \frac{a^2}{b} \text{ dir.}$$

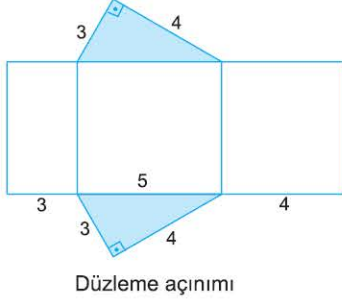
## 6. ÜNİTE: Katı Cisimler

### Örnek:



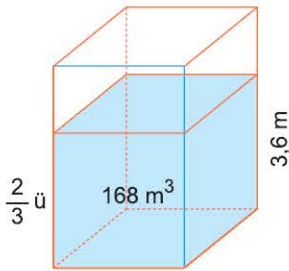
Şekildeki dik üçgen dik prizmanın yüksekliği 7 birim tabanının dik kenarları 3 birim ve 4 birimdir. Bu prizmanın alanını bulunuz.

### Çözüm:



$$\begin{aligned} \text{Taban çevresi} &= 12 \text{ br} \\ h &= 7 \text{ br dir.} \\ Y_a &= \text{taban çevresi} \times \text{yükseklik} \text{ olduğundan} \\ Y_a &= 12 \cdot 7 \\ &= 84 \text{ br}^2, \\ 2 \cdot T_a &= \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 2 \\ &= 12 \text{ br}^2 \text{ ve} \\ A &= Y_a + 2T_a = 84 + 12 \\ &= 96 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

### Örnek:



Dikdörtgenler prizması biçimindeki bir deponun  $\frac{2}{3}$  ü doludur ve dolu kısmın hacmi  $168 \text{ m}^3$  tür.

Derinliği 3,6 m olan bu deponun taban alanı kaç  $\text{m}^2$  dir?

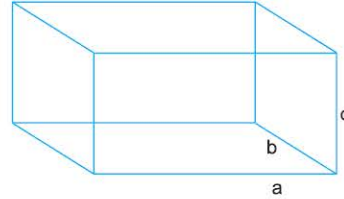
### Çözüm:

Deponun dolu olan kısmı,  $168 \text{ m}^3$  tamamı  $252 \text{ m}^3$ 'tür. Buna göre,  
Hacim = Taban alanı  $\times$  yükseklik olduğundan  
 $252 = T_a \cdot 3,6$   
 $T_a = 70 \text{ m}^2$  bulunur.

### Örnek:

Bir dikdörtgenler prizmasının farklı yüzlerinin alanları  $40 \text{ cm}^2$ ,  $48 \text{ cm}^2$  ve  $30 \text{ cm}^2$  olduğuna göre, bu dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?

### Çözüm:



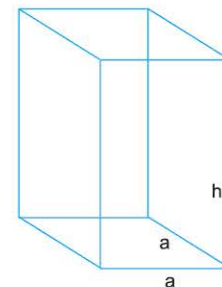
Verilen;  
a.b = 40  
a.c = 30  
b.c = 48  
İstenen  
a.b.c = ?

$$\begin{aligned} ab &= 40 \\ ac &= 60 \\ + bc &= 48 \\ \hline (abc)^2 &= 40 \cdot 30 \cdot 48 \text{ (eşitlikler taraf tarafa çarpıldı)} \\ \sqrt{} & \\ V^2 &= 5^2 \cdot 3^2 \cdot 16^2 \text{ olur.} \\ V &= a \cdot b \cdot c = 240 \text{ cm}^3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

### Örnek:

Yüksekliği taban çevresinin yarısına eşit olan kare dik prizmanın alanı, sayıca hacmine eşit olduğuna göre, yüksekliği kaç br dir?

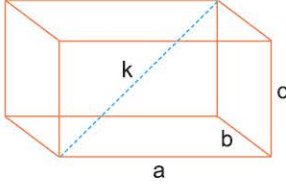
### Çözüm:



Taban çevresi =  $4a$   
Yükseklik  $h = 2a$   
Alan =  $4a \cdot 2a$   
Hacim =  $a^2 \cdot 2a$   
 $a = 4$   
 $h = 2a = 8 \text{ br}$

1. Ayrıtlar uzunlukları tam sayı ve farklı üç yüzünün alanları  $20 \text{ cm}^2$ ,  $24 \text{ cm}^2$ ,  $30 \text{ cm}^2$  olan dikdörtgen dik prizmanın cisim köşegeni kaç cm dir?

**Çözüm:**

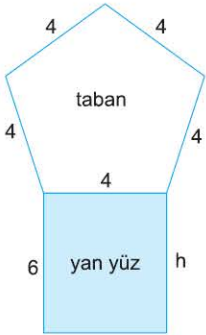


$$\begin{aligned} a \cdot c &= 30 \text{ cm}^2 \\ a \cdot b &= 24 \text{ cm}^2 \\ b \cdot c &= 20 \text{ cm}^2 \\ k &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a, b, c &\in \mathbb{Z}^+ \text{ ve } a \cdot c = 30 \Rightarrow 6 \cdot 5 \\ b \cdot c &= 20 \Rightarrow 4 \cdot 5 \\ a \cdot b &= 24 \Rightarrow 6 \cdot 4 \\ k &= \sqrt{77} \text{ cm} \end{aligned}$$

2. Taban çevresi 20 cm, yanal alanı  $120 \text{ cm}^2$  olan düzgün beşgen dik prizmanın yan yüzlerinden birinin çevresi kaç cm dir?

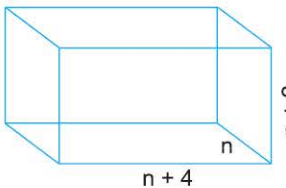
**Çözüm:**



$$\begin{aligned} Y_a &= 20 \cdot h \\ 120 &= 20 \cdot h \\ h &= 6 \text{ cm} \\ \text{Yan yüzlerin herbiri dikdörtgendir.} \\ \text{Şekilde 5 tane dikdörtgenin biri gösterilmiştir.} \\ \text{Çevre} &= 2(6 + 4) = 20 \text{ cm dir.} \end{aligned}$$

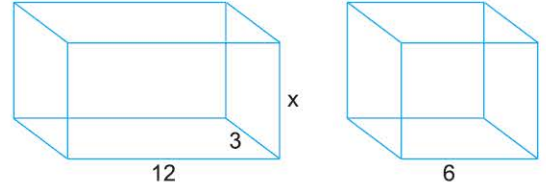
3. Ayrıtları ardışık çift tam sayılar olan bir dikdörtgenler prizmasının hacmi  $192 \text{ cm}^3$  tür. Bu prizmanın farklı ayrıtları toplamı kaç cm dir?

**Çözüm:**



- $n, n+2, n+4$  ardışık çift sayı  $n(n+2)(n+4) = 192$  dir.
- Deneme ile  $4 \cdot (4+2) \cdot (4+4) = 192$  ise  $n = 4$  bulunur.
- $n + (n+2) + (n+4) = 18 \text{ cm}$  olur.

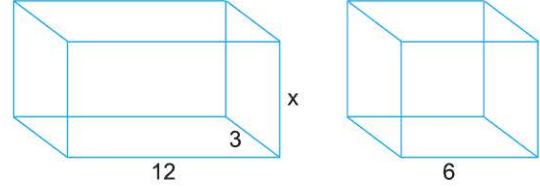
4.



Şekilde ayrıtları belirtilen prizma şeklindeki kurşun blok eritilerek küp şeklinde dökülüyor.

Buna göre, x kaçtır?

**Çözüm:**



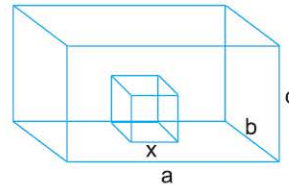
Madde kaybı olmadığı var sayılırsa

$$\begin{aligned} 12 \cdot 3 \cdot x &= 6 \cdot 6 \cdot 6 \\ x &= 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

5. Ayrıtları 18 cm, 24 cm ve 36 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki tenekelere küp şeklinde peynir kalıpları yerleştirilecektir.

Bu tenekelerden birine en az kaç kalıp peynir yerleştirilir?

**Çözüm:**



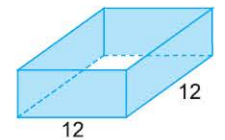
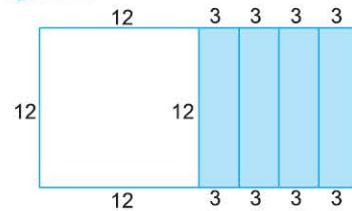
$a = 36 \text{ cm}$ ,  $b = 24 \text{ cm}$ ,  $c = 18 \text{ cm}$   
Peynir kalıbının bir ayrıtı  $x \text{ cm}$  olsun.  $x$  öyle belirlenmeli ki, 18, 24 ve 36 sayılarını kalansız bölsün ve bölenlerin en büyüğü olsun. Bu durumda demekli istenen;  $x = \text{EBOB}(18, 24, 36) = 6 \text{ olur.}$

$$\begin{aligned} \text{Kalıpların sayısı} &= \frac{18 \cdot 24 \cdot 36}{6 \cdot 6 \cdot 6} \\ &= 72 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

6. Boyu 24 cm, eni 12 cm olan dikdörtgen şeklindeki kartondan bir kenarı bu kartonun eni kadar olan ve üst kapağı olmayan kare prizma şeklinde bir kutu yapılıyor.

Bu kutunun boyutları toplamı kaç cm dir?

**Çözüm:**



$$12 + 12 + 3 = 27 \text{ cm}$$

## ÖN TEST 1

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1. Ayrıtları 12, 4, x birim olan dikdörtgenler prizması şeklindeki boş kap, cisim köşegeni  $6\sqrt{3}$  birim olan küp şeklindeki su dolu bir kabın, bu kaba boşaltılmasıyla doluyor.

Buna göre, x kaç birimdir?

Hacimler eşittir

$$x = \frac{9}{2} \text{ br}$$

1. Boyutları  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2}$  ve  $4\sqrt{2}$  birim olan kare dik prizmanın cisim köşegeni kaç birimdir?

A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

2. Alanı  $54 \text{ cm}^2$  olan küplerin 3 tanesi yan yana yapıştırılarak prizma oluşturuluyor. bu prizmanın cisim köşegeni kaç cm olur?

$$3\sqrt{11} \text{ cm}$$

2. Bir ayrıtı 4 cm olan iki küp üs üste konarak yeni bir prizma elde ediliyor.

Yeni prizmanın alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

A) 108      B) 124      C) 140      D) 148      E) 160

3. Taban ayrıtı 6 cm, yüksekliği 12 cm olan kare dik prizma su ile doludur. Bir ayrıtı 4 cm olan kurşun bir küp, bu kaptaki suya atılıyor.

Küp geri alındıktan sonra suyun yükseliği kaç cm dir?

Küpün hacmi kadar suyun hacmi azalır. Bu nedenle

$$h = \frac{92}{9} \text{ cm}$$

3. Tabanının bir kenarı 40 cm ve yüksekliği 50 cm olan kare dik prizma şeklindeki bir teneke kutu ile  $1,6 \text{ m}^3$  su alabilen bir kazan doldurulmak isteniyor.

Bu kazan kaç teneke su ile dolar?

A) 20      B) 24      C) 28      D) 32      E) 40

1-C

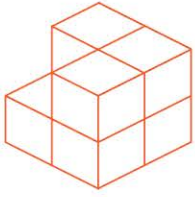
2-E

3-A





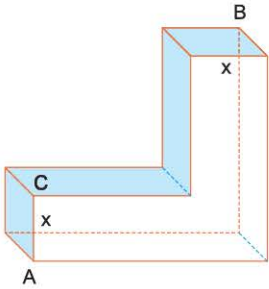
1.



İzometrik çizimi verilen yandaki yapının sağ yandan görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B) C) D) E)

2.



Dikdörtgenler prizması biçimindeki bir odun kütüğünden, ayrıtları 7 birim olan küp şeklinde bir parça kesilip çıkartılıyor. Geriye şekildedeki gibi bir parça kalıyor.

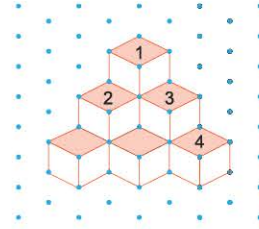
Bu parçanın A ve B köşeleri arasındaki en kısa uzaklık yüzey üzerinden 17 birim ve  $|AC| = x$  birim olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 2 E) 3

3. Küp şeklindeki bir deponun tavanından asılı olan ampülün, taban, tavan ve duvarlara olan uzaklıklarının toplamı 24 metre olduğuna göre, bu deponun hacmi kaç  $m^3$  tür?

- A) 64 B) 128 C) 256 D) 312 E) 512

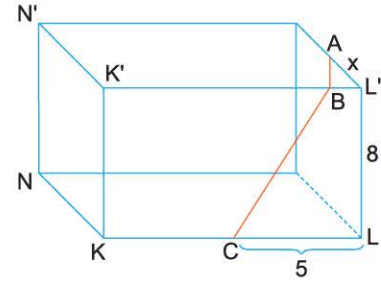
4.



Yukarıdaki yapıdan hangi parçalar çıkarılırsa üstten görünümü değişir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 1, 2 ve 3 E) 4

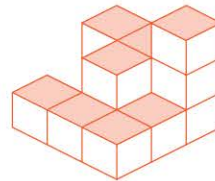
5.



Şekildeki cisim dikdörtgenler prizması ve  $|ABI| + |BCI|$  toplamının en küçük değeri 13 birim olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6.



Yandaki yapının üstten görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B) C) D) E)

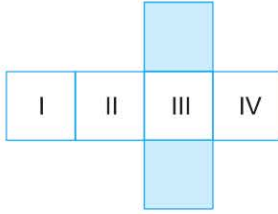


## TEST 2

1. I. Prizma, bir prizmatik yüzeyin paralel iki düzlem arasında kalan parçasıdır.  
II. Prizmalar tabanlarına göre isimlendirilir.  
III. Yanal ayrıtları tabanlarına dik olan prizmalara dik prizma, olmayanlara ise eğik prizma denir.  
Yukarıdaki tanım ve açıklamaların hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I, II ve III

2.

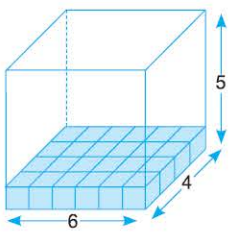


- I. Şekil, bir dikdörtgenler prizmasının düzleme açınıdır.  
II. Taralı yüzler, bu cismin tabanları ise bu dikdörtgensel yüzeyler eşittir.  
III. Taralı yüzeyler tabanları ise, I ile III ve II ile IV karşılıklı yüzeylerdir.  
IV. I, II, III ve IV numaralı yüzeyler, bu prizmanın yanal yüzleri; alanlarının toplamı da yanal alanıdır.  
V. Taban alanları ile yanal alanının toplamı prizmanın alanıdır.

Yukarıdaki önermelerin kaç tanesinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

3.

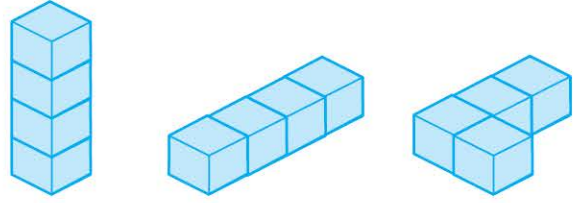


Bir cismin hacmi, bu cismi doldurmak için gerekli olan birim küplerin sayısıdır.

Buna göre, yukarıdaki prizmanın içerisine kaç tane birim küp sığdırılabilir?

- A) 180      B) 140      C) 130      D) 120      E) 100

4.

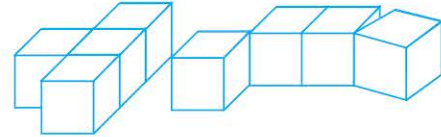


Bir cismin konumunu ve biçimini değiştirmek hacmini değiştirmez. Buna göre, yukarıdaki cisimlerin hacimleri eşittir.

Aşağıdakilerden hangisi hacim değişikliğine neden olur?

- A) Cismi diğer yüzlerinden birisi üzerine yatırmak. (Tabanını değiştirmek)  
B) Cismi birden çok parçaya ayırmak.  
C) Bir metal küreyi eriterek madde kaybı olmaksızın küp şeklinde dökmek.  
D) Taban ayrıtlarını iki katına çıkarıp, yüksekliğini yarıya indirmek.  
E) Cismi parçalara ayırmak.

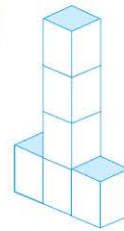
5.



Birim küplerle oluşturulmuş şekildeki yapıların alanları kaç  $br^2$  dir?

- A) 40      B) 39      C) 38      D) 34      E) 31

6.



Yandaki yapıyı taban ayrıtı 3, yüksekliği 4 olan kare prizma şeklindeki bir yapıya tamamlamak için bu yapıyı oluşturan birim küplerden daha kaç tane gerekir?

- A) 36      B) 32      C) 30      D) 28      E) 24