

AYT

KonuTik ✓

Konu Özetli ve Açıklamalı Çözümlerle

LOGARİTMA DİZİLER

SORU BANKASI

Kurbani KAYA
Güven KURT
Fatih TURGUT

- ✓ Stratejik Bilgiler
- ✓ Çözümlü Sorular
- ✓ Testler
- ✓ Soru Çözüm Videolu
- ✓ Akıllı Tahtaya Uyumlu
- ✓ Soru Sayısı: 713



İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM:	ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU	6 - 63
1. MODEL:	Ön Hazırlık (Üslü İfade Özellikleri - 1)	6
2. MODEL:	Ön Hazırlık (Üslü İfade Özellikleri - 2)	8
3. MODEL:	Üstel Fonksiyon	10
4. MODEL:	Üstel Fonksiyon Grafiği	12
5. MODEL:	Logaritma İşlemi	14
6. MODEL:	Logaritma Fonksiyonu ve Tanım Aralığı	16
7. MODEL:	Logaritma Fonksiyon Grafiği	18
8. MODEL:	Onluk Logaritma - Doğal Logaritma	20
9. MODEL:	Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - 1	22
10. MODEL:	Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - 2	24
11. MODEL:	Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - 3	26
12. MODEL:	Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - 4	28
13. MODEL:	Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - 5	30
14. MODEL:	Logaritma ve Ters Fonksiyon	32
15. MODEL:	Yaklaşık Değer Bulma	34
16. MODEL:	Logaritmanın İşareti - Logaritmada Sıralama	36
	Uygulama Testleri	38 - 63
2. BÖLÜM:	ÜSTEL - LOGARİTMİK DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER	64 - 93
1. MODEL:	Üstel Denklemler	64
2. MODEL:	Logaritmik Denklemler - 1	66
3. MODEL:	Logaritmik Denklemler - 2	68
4. MODEL:	Üstel Eşitsizlikler	70
5. MODEL:	Logaritmali Eşitsizlikler - 1	72
6. MODEL:	Logaritmali Eşitsizlikler - 2	74
7. MODEL:	Üstel - Logaritmik Güncel Hayat Problemleri - 1	76
8. MODEL:	Üstel - Logaritmik Güncel Hayat Problemleri - 2	78
	Uygulama Testleri	80 - 93

3. BÖLÜM:	DİZİLER	94 - 135
	1. MODEL: Ön Hazırlık - 1 (Fonksiyonda Değer Bulma)	94
	2. MODEL: Ön Hazırlık - 2 (Ardışık Sayılar)	96
	3. MODEL: Dizinin Tanımı	98
	4. MODEL: Dizinin Terimleri	100
	5. MODEL: Sonlu Dizi - Sabit Dizi - Eşit Dizi	102
	6. MODEL: İndirgemeli Dizi - Periyodik Dizi	104
	7. MODEL: Toplam Sembolü	106
	8. MODEL: Aritmetik Dizi - 1	108
	9. MODEL: Aritmetik Dizi - 2	110
	10. MODEL: Geometrik Dizi - 1	112
	11. MODEL: Geometrik Dizi - 2	114
	12. MODEL: Dizi Problemleri	116
	Uygulama Testleri	118 - 135

1. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

1. MODEL | ÖN HAZIRLIK (ÜSLÜ İFADE ÖZELLİKLERİ - 1)



BİLGİ

Üstel fonksiyon ve logaritma konuları, üslü sayılarla doğrudan ilişkilidir. Bu yüzden üslü sayılarda işlemleri hatırlayalım.

- $a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

n tane

olacak şekilde **n tane a'nın çarpımı** olan a^n ifadesine **a'nın n inci kuvveti** denir.

- a^n ifadesinde a taban, n üs olarak adlandırılır.

$x, y \in \mathbb{R}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, üslü ifadelerle ilgili aşağıdaki özellikler vardır.

- $x^1 = x$
- $x \neq 0$ olmak üzere, $x^0 = 1$
- $x \neq 0$ ve $y \neq 0$ olmak üzere, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ve $\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$
- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
- $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$
- $a \cdot x^m \mp b \cdot x^m = (a \mp b) \cdot x^m$

ÖRNEKLER

1. $2^5 \cdot 4^4 \cdot 8^{-2}$ işlemin sonucu kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

4^4 ve 8^{-2} sayılarını tabanı 2 olacak biçimde yazalım.

$$4^4 = (2^2)^4 = 2^8 \text{ ve } 8^{-2} = (2^3)^{-2} = 2^{-6}$$

$$\begin{aligned} 2^5 \cdot 4^4 \cdot 8^{-2} &= 2^5 \cdot 2^8 \cdot 2^{-6} \\ &= 2^{5+8-6} = 2^7 \end{aligned}$$

2. $2^x = 5$ olduğuna göre, 4^{x+1} ifadesinin değeri kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

4^{x+1} ifadesini düzenleyelim.

$$\begin{aligned} 4^{x+1} &= 4^x \cdot 4^1 \\ &= (2^x)^2 \cdot 4 \\ &= 5^2 \cdot 4 \quad (2^x \text{ yerine } 5 \text{ yazdık}) \\ &= 100 \end{aligned}$$

3.

$$\frac{3^{2022} + 3^{2021}}{3^{2021} - 3^{2020}}$$

işlemin sonucu kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

En küçük üs 2020 olduğundan üslü ifadeleri, 3^{2020} çarpanına alacak şekilde düzenleyelim.

$$\begin{aligned} \frac{3^{2020} \cdot 3^2 + 3^{2020} \cdot 3^1}{3^{2020} \cdot 3^1 - 3^{2020}} &= \frac{\cancel{3^{2020}} \cdot (3^2 + 3^1)}{\cancel{3^{2020}} \cdot (3^1 - 1)} \\ &= \frac{9 + 3}{3 - 1} = \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

4.

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Açıklamalı Çözüm:

Pay ve payda yer değiştirdiğinde üs işaret değiştirir.

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{64}{1}\right)^{\frac{2}{3}} = (64)^{\frac{2}{3}} = (2^6)^{\frac{2}{3}} = 2^{6 \cdot \frac{2}{3}} = 2^4 = 16$$

5.

$$(-2^2)^3 \cdot (-2)^{-4} \cdot (-2^5)^{-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

- $(-2^2)^3 = -(2^2)^3 = -2^6$
- $(-2)^{-4} = 2^{-4}$
- $(-2^5)^{-1} = -(2^5)^{-1} = -2^{-5}$

Düzenlediğimiz üslü sayıları verilen işlemde yerine yazalım.

$$\begin{aligned} (-2^2)^3 \cdot (-2)^{-4} \cdot (-2^5)^{-1} &= (-2^6)(2^{-4})(-2^{-5}) \\ &= 2^6 \cdot 2^{-4} \cdot 2^{-5} \\ &= 2^{6-4-5} \\ &= 2^{-3} \\ &= \frac{1}{8} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



1. $A = \frac{(-2)^{-2} + (-2)^{-1}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-5)^0}$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, 7A işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $2^x = 5$

olduğuna göre, 4^{x+2} ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 100 B) 200 C) 400 D) 500 E) 625

3. $\frac{2^m \cdot 2^{2m} \cdot 2^{3m}}{2^{2m} + 2^{2m} + 2^{2m} + 2^{2m}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{3m-2} B) 2^{3m-1} C) 2^{4m}
D) 2^{4m-2} E) 2^{4m-1}

4. $2^{x-2} = 7$ olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $1 < x < 2$ B) $2 < x < 3$ C) $3 < x < 4$
D) $4 < x < 5$ E) $5 < x < 6$

5. m ve n doğal sayılar olduğuna göre,
 $16^m = m^n$

eşitliğini sağlayan kaç tane n sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $(32)^5 \cdot (125)^8$

çarpımının sonucu kaç basamaklıdır?

- A) 19 B) 21 C) 23 D) 24 E) 25

7. Aşağıdaki tabloda, aynı miktardaki yumurta türleri ve bunların pişme süreleri dakika cinsinden verilmiştir.

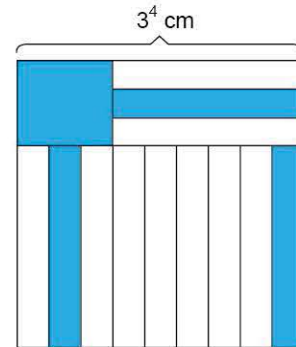
Yumurta Türü	Pişme Süresi
Çiftlik yumurtası	8^x
Köy yumurtası	2^{x+9}
Çift sarılı yumurta	4^{x+3}

Bu üç yumurta türünden çift sarılı yumurtanın pişme süresi en uzun, çiftlik yumurtasının pişme süresi ise en kısadır.

Buna göre, x değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ B) $\left(3, \frac{9}{2}\right)$ C) (2, 3)
D) (3, 4) E) (3, 5)

8. Bir kenarının uzunluğu 3^4 cm olan kare şeklindeki kâğıdın bir yüzüne aşağıdaki gibi 12 eş dikdörtgen ve 1 tane kare çizilmiştir. Bu şekillerden kare ve 3 eş dikdörtgen maviye boyanmıştır.



Buna göre, mavi bölgelerin alanları toplamı kaç santimetrekaredir?

- A) $2 \cdot 3^7$ B) 3^7 C) $2 \cdot 3^6$ D) 3^6 E) 4^6

1. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

3. MODEL | ÜSTEL FONKSİYON



BİLGİ

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

fonsiyonuna, tabanı "a" olan üstel fonksiyon denir.

Bir f fonksiyonunun üstel fonksiyon olabilmesi için aşağıdaki koşulların üçünü birden sağlaması gerekir.

1. $f(x) = a^x$ olmalı.
2. a, 1 den farklı pozitif gerçel sayı olmalı.
3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ tanımlı olmalı.

ÖRNEKLER

1. I. $f(x) = 1^x$

II. $f(x) = 2^{2x}$

III. $f(x) = (-2)^x$

IV. $f(x) = (\sqrt{3})^x$

V. $f(x) = x^2$

İfadelerinden kaç tanesi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ biçiminde tanımlı bir üstel fonksiyondur?

Açıklamalı Çözüm:

I. $f(x) = 1^x$ üstel fonksiyon değildir. (Taban 1 olmamalı.)

II. $f(x) = 2^{2x} = 4^x$ üstel fonksiyondur.

III. $f(x) = (-2)^x$ üstel fonksiyon değildir. (Taban 1'de farklı bir pozitif gerçel sayı olmalı.)

IV. $f(x) = (\sqrt{3})^x$ üstel fonksiyondur.

V. $f(x) = x^2$ üstel fonksiyon değil polinom fonksiyondur.

O hâlde, verilen fonksiyonlardan sadece 2 tanesi üstel fonksiyondur.

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^{x+4} - 1$ üstel fonksiyonu için $f(1) + f(2)$ toplamının sonucu kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 2^{1+4} - 1 \Rightarrow f(1) = 2^5 - 1 \Rightarrow f(1) = 31 \text{ olur.}$$

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 2^{2+4} - 1 \Rightarrow f(2) = 2^6 - 1 \Rightarrow f(2) = 63 \text{ olur.}$$

$$\text{Bu durumda } f(1) + f(2) = 31 + 63 = 94 \text{ bulunur.}$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^{x-1}$

$$g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3^x$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 4^x$$

$$t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, t(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

fonsiyonlarından hangileri bir üstel fonksiyondur?

Açıklamalı Çözüm:

Bir f fonksiyonunun üstel fonksiyon olabilmesi için $f(x) = a^x$ şeklinde olması yeterli değildir. a sayısının 1'den farklı bir pozitif gerçel sayı olması ve fonksiyonun $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ şeklinde tanımlanmış olması gerekir.

f, g, h ve t fonksiyonları a^x şeklinde olup dört fonksiyonun her birinde a sayısı 1'den farklı pozitif gerçel sayıdır. Fakat sadece f ve t fonksiyonları $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ biçiminde tanımlanmış olduğundan g ve h fonksiyonları üstel fonksiyon değildir.

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = (4p - 15)^x$ fonksiyonu bir üstel fonksiyon olduğuna göre, p sayısının alabileceği değerlerin bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

Açıklamalı Çözüm:

$f(x) = (4p - 15)^x$ fonksiyonu bir üstel fonksiyon ise

$$4p - 15 > 0 \text{ ve } 4p - 15 \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$4p - 15 > 0 \Rightarrow 4p > 15 \Rightarrow p > \frac{15}{4}$$

$$4p - 15 \neq 1 \Rightarrow 4p \neq 16 \Rightarrow p \neq 4$$

O hâlde, p sayısının alabileceği değerlerin bulunduğu en geniş aralık

$$\left(\frac{15}{4}, \infty\right) - \{4\} \text{ olacaktır.}$$

5. $f(x) = (a - 2) \cdot x^2 + (b - 3) \cdot x + (a \cdot b)^x$

fonsiyonu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ biçiminde tanımlı bir üstel fonksiyon olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

Üstel fonksiyonlar $f(x) = a^x$ şeklinde olduğundan x^2 ve x 'li terimler katsayıları sıfıra eşitlenerek yok edilmelidir.

$$f(x) = \underbrace{(a - 2)}_0 \cdot x^2 + \underbrace{(b - 3)}_0 x + (a \cdot b)^x$$

O hâlde $a = 2$ ve $b = 3$ olur.

$$\text{Bu durumda } f(x) = (2 \cdot 3)^x = 6^x \text{ ve } f(2) = 6^2 = 36 \text{ bulunur.}$$



1. Aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyondur?

- A) $f(x) = \sqrt{x} - 2$ B) $g(x) = x^3$
 C) $h(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x}$ D) $k(x) = \left(-\frac{3}{2}\right)^x$
 E) $m(x) = (x + 2)^x$

2. $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu için,

- I. Tanım kümesi gerçel sayılardır.
 II. Değer kümesi pozitif gerçel sayılardır.
 III. a , 1'den farklı reel sayıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

- I. $f(x) = (-4)^x$
 II. $h(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$
 III. $k(x) = (\sqrt{3})^{2-x}$
 IV. $m(x) = \pi^{x+2}$
 V. $f(x) = 5^{x^2-1}$

yukarıdaki fonksiyonlardan kaç tanesi üstel fonksiyondur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = (17 - a^2)^{x+3}$$

bir üstel fonksiyondur.

Buna göre, a nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. $f(x) = (m - 2) \cdot x^5 + m^x$

fonksiyonu bir üstel fonksiyon olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) 5

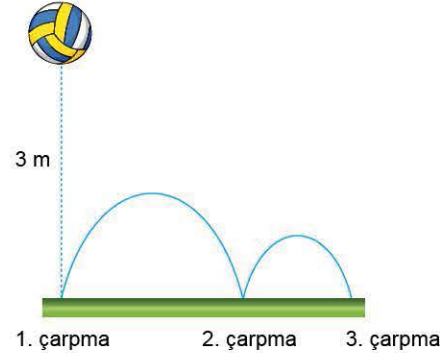
6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$f(x) = \left(\frac{m+1}{7-m}\right)^x$$

fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğuna göre, m 'nin alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 25 D) 30 E) 45

7. 3 metre yükseklikten bırakılan bir top yere her çarptığında düştüğü yüksekliğin $\frac{1}{3}$ 'ü kadar yükselmektedir.



Buna göre, top x defa yere çarptığında çıkacağı yüksekliğin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ B) $y = 3^{1-x}$ C) $y = 3^{x-1}$
 D) $y = 3 \cdot 3^{x+1}$ E) $y = 2 \cdot 3^x$

1. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

4. MODEL | ÜSTEL FONKSİYON GRAFİĞİ

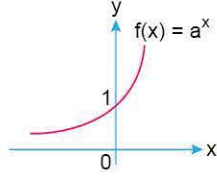


BİLGİ

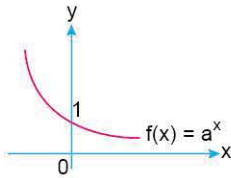
$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$

üstel fonksiyonunun grafiği $0 < a < 1$ ve $a > 1$ durumları için aşağıdaki gibidir.

I. $a > 1$ için $f(x) = a^x$ fonksiyonu artandır.



II. $0 < a < 1$ için $f(x) = a^x$ fonksiyonu azalandır.



Not: Üstel fonksiyonlar bire bir ve örtendir.

ÖRNEKLER

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Açıklamalı Çözüm:

$f(x) = 3^x$ fonksiyonunda x 'e bazı değerler vererek bir değişim tablosu oluşturalım.

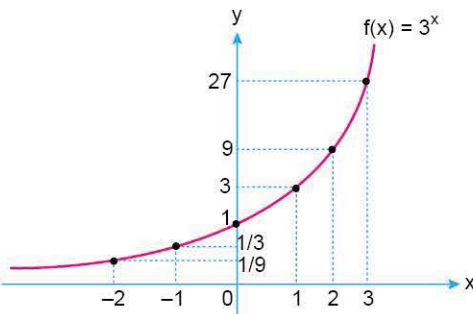
x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = 3^x$...	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	...

O hâlde, $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun grafiği

$$\left(-2, \frac{1}{9}\right), \left(-1, \frac{1}{3}\right), (0, 1), (1, 3), (2, 9), (3, 27)$$

noktalarından geçmektedir.

Bu noktalar koordinat düzleminde işaretlenerek birleştirildiğinde şekildeki grafik elde edilir.



2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$ fonksiyonu ile ilgili,

I. Bire birdir.

II. Örtendir.

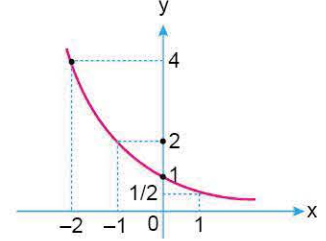
III. Artandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

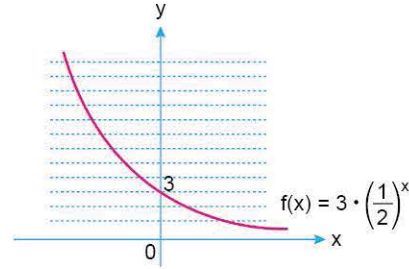
Açıklamalı Çözüm:

Önce $f(x) = 2^{-x}$ yani $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

x	...	-1	0	1	2	...
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$...	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$...



$f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonunun grafiği için $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ grafiğindeki noktaların y değerlerini 3 katına çıkaralım.



I. öncül doğrudur.

$f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ grafiğine çizilen yatay çizgiler grafiği tek noktada

kestiğinden f fonksiyonu bire birdir.

II. öncül doğrudur.

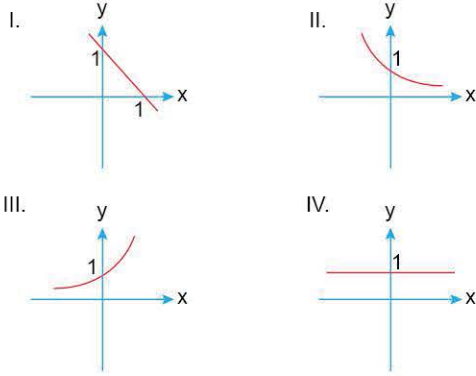
f fonksiyonunun değer kümesi olan \mathbb{R}^+ kümesinde açıkta (boşta) eleman kalmadığından f fonksiyonu örtendir. (Yatay çizgiler y eksenini örtüyor.)

III. öncül yanlıştır.

x değerleri artarken $f(x) = y$ değerleri azaldığı için $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonu azalandır.

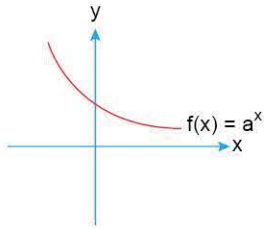


1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangileri olabilir?



- A) I ve III B) II ve III C) I ve IV
D) III ve IV E) II, III ve IV

2.



Şekilde $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

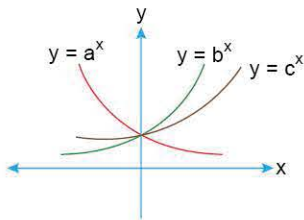
Buna göre,

- I. f fonksiyonu artandır.
II. f fonksiyonu bire bir ve örtendir.
III. f 'nin görüntü kümesi $(0, \infty)$ aralığıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

3.

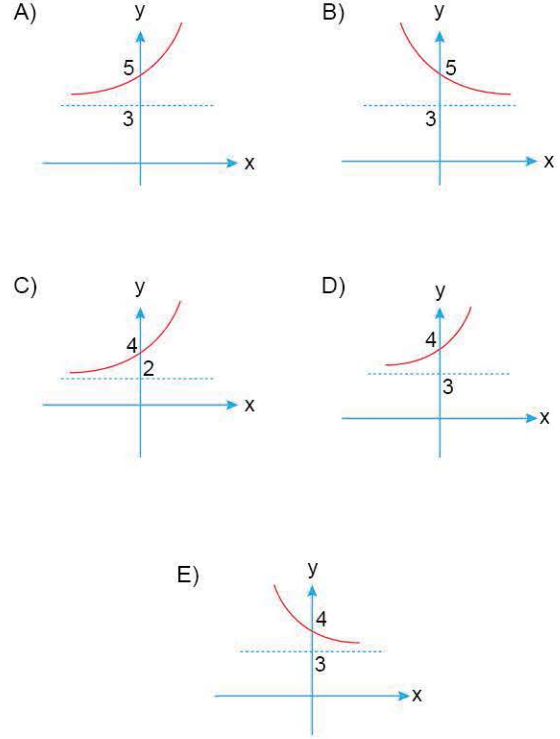


Şekilde grafikleri verilen üstel fonksiyonlar için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

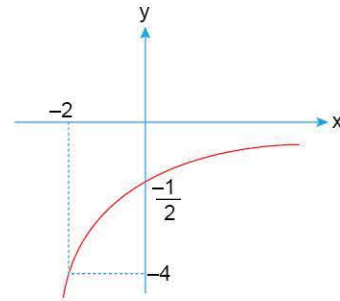
- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $a < c < b$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$
 $f(x) = 2^{-x+1} + 3$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5.



Şekildeki grafik, $f(x) = -2^{mx+n}$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $m - n$ farkı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

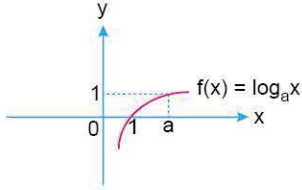
1. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

7. MODEL | LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

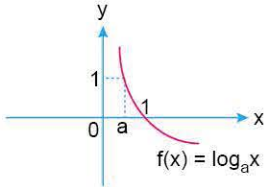


BİLGİ

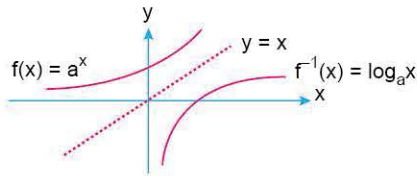
$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$ logaritma fonksiyonu $a > 1$ için artan olup grafiği aşağıdaki gibidir.



$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$ fonksiyonu $0 < a < 1$ için azalan olup grafiği aşağıdaki gibidir.



Not: Birbirinin tersi olan iki fonksiyonun grafiği $y = x$ doğrusuna göre simetrik. Dolayısıyla $f(x) = a^x$ ile $f(x) = \log_a x$ fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrik.



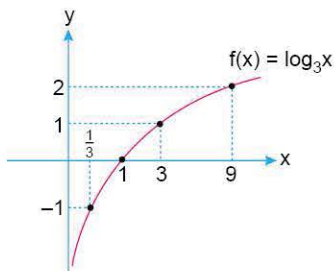
ÖRNEK

1. $f(x) = \log_3 x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Açıklamalı Çözüm:

Taban 1'den büyük olduğundan grafik artan olmalıdır.

x	...	$\frac{1}{3}$	1	3	9	...
$\log_3 x$...	-1	0	1	2	...



BİLGİ

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere, $y = \log_a f(x)$ fonksiyonun grafiği çizilirken,

- 1) $f(x) > 0$ olacak şekilde tanım kümesi belirlenir.
- 2) $f(x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi bulunarak x eksenini kestiği nokta bulunur.
- 3) $a > 1$ ise grafik artan,
 $0 < a < 1$ ise grafik azalan olur.

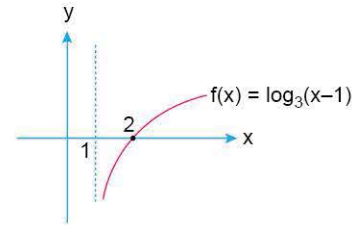
ÖRNEKLER

1. $f(x) = \log_3(x - 1)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Açıklamalı Çözüm:

Grafik çizim aşamalarını sırayla uygulayalım.

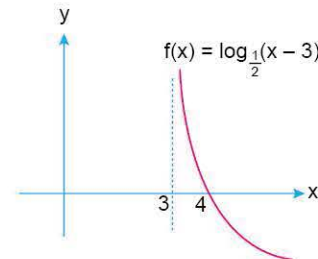
- 1) $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$
 $f(x)$ fonksiyonu $x > 1$ için tanımlı olduğundan grafik $x = 1$ doğrusunun sağ tarafında çizilecektir.
- 2) $x - 1 = 1$ için $\log_3 1 = 0$ olacağı için grafik x eksenini (2, 0) noktasında keser.
- 3) Taban 1'den büyük olduğundan grafik artandır.



2. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$ fonksiyonun grafiğini çiziniz.

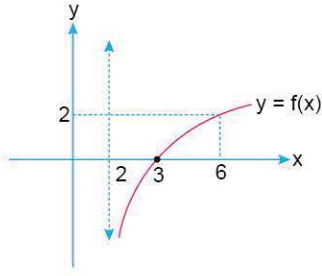
Açıklamalı Çözüm:

- 1) $x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$ olduğundan grafik $x = 3$ doğrusunun sağ tarafındadır.
- 2) $x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$ olduğundan grafik x eksenini (4, 0) noktasında keser.
- 3) Taban 1'den küçük olduğundan grafik azalandır.





1.



Yukarıda gösterilen $y = f(x)$ grafiğine göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

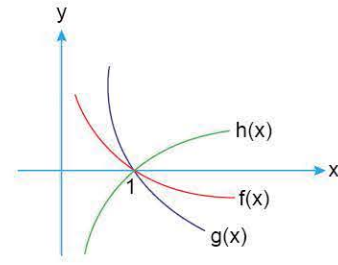
- A) $\log_3(x - 1)$ B) $\log_2(x - 2)$
C) $\log_4(x - 2)$ D) $\log_3(x - 2)$
E) $\log_2(2 - x)$

2.

$f(x) = 2 \cdot \log_5 x - 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3.

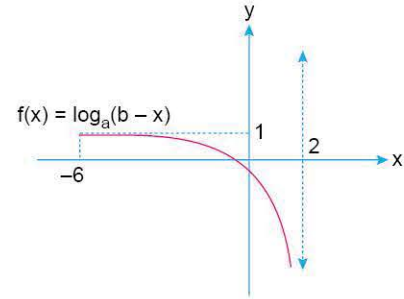


Şekilde; $f(x) = \log_m x$, $g(x) = \log_n x$ ve $h(x) = \log_k x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $m > k > 1 > n$ B) $n > m > 1 > k$
C) $k > 1 > n > m$ D) $k > 1 > m > n$
E) $n > k > 1 > m$

4.



Yukarıdaki şekilde $f(x) = \log_a(b - x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(-14)$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) 2

5.

$$f: \left(\frac{3}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = \log_5(2x - 3)$ fonksiyonu için,

- I. $f(x)$ bire bir bir fonksiyondur.
II. $f(x)$ örten bir fonksiyondur.
III. $f(x)$ artan bir fonksiyondur.

İfadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

1. BÖLÜM: ÜSTEL FONKSİYON - LOGARİTMA FONKSİYONU

16. MODEL | LOGARİTMANIN İŞARETİ - LOGARİTMADA SIRALAMA



BİLGİ

$\log_a x$ ifadesinin işareti için a ve x sayılarının 1'den büyük veya 1'den küçük olma durumları incelenir.

- $a > 1$ ve $x > 1$ ise $\log_a x$ pozitifdir.
- $a < 1$ ve $x < 1$ ise $\log_a x$ pozitifdir.
- a ve x sayılarından biri 1'den büyük iken diğeri 1'den küçük ise $\log_a x$ negatiftir.

Not: $y = \log_a x$ fonksiyonunun grafiği incelendiğinde yukarıda verdiğimiz bilgilere ulaşılabilir.

ÖRNEKLER

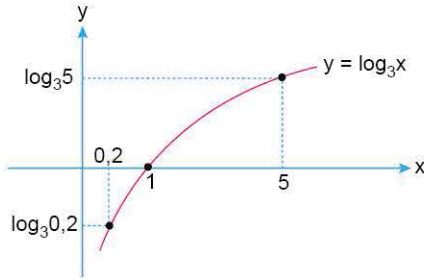
1. $\log_3 5$ ve $\log_3(0,2)$ sayılarının işaretlerini bulunuz.

Açıklamalı Çözüm:

I. Yol:

$y = \log_3 x$ fonksiyonunun grafiğini çizelim. Ardından $x = 5$ ve $x = 0,2$ için y değerlerinin işaretlerini bulalım.

Taban = $3 > 1$ olduğundan $\log_3 x$ artan olur.



Grafikten de görüleceği gibi $\log_3 5 > 0$ iken $\log_3 0,2 < 0$ olur.

II. Yol:

- $\log_3 5$ ifadesinde hem taban hem de logaritmanın içindeki 5 sayısı 1'den büyük olduğundan $\log_3 5 > 0$ olur.
- $\log_3(0,2)$ ifadesinde taban 1'den büyük iken 0,2 sayısı 1'den küçük olduğundan $\log_3(0,2) < 0$ olur.

2. $a = \ln 2$, $b = \log\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right)$ ve $c = \log_e$

sayılarının işaretlerini bulunuz.

Açıklamalı Çözüm:

$a = \ln 2 = \log_e 2$ sayısında hem taban hem de logaritmanın içindeki sayı olan 2 sayısı 1'den büyük olduğundan $a > 0$ olur.

$\frac{2}{3}$ ve $\frac{4}{3}$ sayılarından biri 1'den büyük iken diğeri 1'den küçük olduğundan $b < 0$ olur.

e ve 10 sayılarının her ikisi de 1'den büyük olduğundan $c > 0$ olur.



NOT

$\log_a b$ sayısının işareti için a ve b pozitif sayılarının basit veya bileşik kesir olma durumları ile aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

a	b	$\log_a b$
Basit kesir	Basit kesir	Pozitif
Bileşik kesir	Bileşik kesir	Pozitif
Basit kesir	Bileşik kesir	Negatif
Bileşik kesir	Basit kesir	Negatif

3. $\log_{(2a-3)} 5 > 0$ olduğuna göre, a sayısının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Açıklamalı Çözüm:

5 sayısı bileşik kesir (1'den büyük) olduğundan $\log_{(2a-3)} 5$ ifadesinin pozitif olması için $2a - 3$ pozitif sayısı da bileşik kesir (1'den büyük) olmalıdır.

$$2a - 3 > 1 \Rightarrow 2a > 4 \Rightarrow a > 2 \text{ olur.}$$

O hâlde, a sayısının alabileceği en küçük tam sayı değeri 3'tür.



03F504C5

TEST

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisinin değeri negatiftir?

- A) $\log 3$ B) $\log_{0,2} 0,1$ C) $\log_5 3$
D) $\log_2 0,1$ E) $-\log_2 0,1$

2. I. $\log_2 3 > 0$
II. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} < 0$
III. $\log_5 0,2 < 0$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

3. $a = \log_3 \frac{1}{2}$, $b = \log_{\frac{5}{3}} 2$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{3}$

olduğuna göre; a, b ve c'nin işaretleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) (-, +, -) B) (-, -, +) C) (-, -, -)
D) (-, +, +) E) (+, +, -)

4. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ve $x \neq \frac{\pi}{4}$

olduğuna göre,

- I. $\log_{\sin x} \cos x > 0$
II. $\log_{\tan x} \cot x = -1$
III. $\log_{\sin x} \tan x > 1$

yukarıdaki ifadelerden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

5. $x = \ln 3$
 $y = \log 3$
 $z = 3$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$
D) $y < z < x$ E) $z < x < y$

6. $a = \log_3 27$, $b = \log_2 18$, $c = \log_6 225$ ifadelerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < a < b$
D) $c < b < a$ E) $b < c < a$

7. I. $\ln 55$
II. $\log 5 + \log 11$
III. $\log 110 - \log 2$
IV. $\log 5 + \log 3 + \log 2$
V. $\underbrace{\log 2 + \log 2 + \dots + \log 2}_{6 \text{ tane}}$

$\log 55$ ifadesi yukarıda verilen ifadelerin hangilerinden küçüktür?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve V E) I ve V

1-D

2-E

3-A

4-C

5-C

6-B

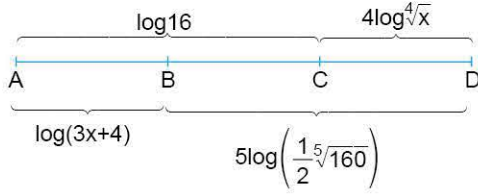
7-E



UYGULAMA TESTİ 3

2. BÖLÜM: ÜSTEL - LOGARİTMİK DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

1.



Yukarıdaki şekilde;

$$|AC| = \log 16,$$

$$|CD| = 4 \log 4\sqrt{x},$$

$$|AB| = \log(3x + 4),$$

$$|BD| = 5 \log \left(\frac{1}{2} \sqrt[5]{160} \right)$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 25 E) 30

2. İnsülin direnci hesaplama formülü aşağıda gösterilmiştir.

$$\frac{\text{Açlık kan glikozu} \times \text{Açlık insülin}}{405}$$

Bu değer 2,5'in üzerinde olması hastanın insülin direncinin olduğunu göstergesidir.

Aşağıda açlık kan glikozu ve açlık insülin değerleri verilen hastanın insülin direnci olduğu bilindiğine göre, hastanın açlık kan glikozunun alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\text{Açlık insülin} \rightarrow \log_4 2^{(2a+1)}$$

$$\text{Açlık kan glukoz} \rightarrow \log_3 243^{(4a-1)}$$

- A) 126 B) 130 C) 134 D) 135 E) 136

3. $m \in \mathbb{Z}^+$

$$\log_3[\log_5(3^x + m)] = 1$$

denkleminin çözüm kümesi (3, 4) olarak verilmiştir.

Buna göre, m kaç farklı değer alabilir?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

4. $\log_{|x|}|x - 11| = \log_{|x|}|x - 3| + \log_{|x|}|x + 4|$

denklemini sağlayan farklı x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) $-\sqrt{23}$ B) -23 C) $\sqrt{23}$
D) 23 E) $\sqrt{23} + 1$

5. $\log_2(x^2 - 2x) = \frac{3}{1 + \log_a b} + \frac{3}{1 + \log_b a}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10



1. $x > 1$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_2 x - 2$$

$$g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x + 4$$

fonksiyonlarının grafikleri $A(m, n)$ noktasında kesişmektedir.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 22 E) 24

2. Bir bilgisayar, algoritması girilen a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki adımları sırasıyla uyguluyor:

1. adım: $A = a \cdot b$ olarak hesapla ve 2. adıma git.
2. adım: $B = \log_3 A$ değerini hesapla ve 3. adıma git.
3. adım: B değeri tam sayı ise 5. adıma, tam sayı değilse 4. adıma git.
4. adım: a 'nın değerini 1 artır ve 1. adıma geri dön.
5. adım: B değerini ekrana yaz.

Bu algoritmaya girilen a ve b sayıları sırasıyla 6 ve x olduğunda ekrana yazılan B değerinin 6 olduğu gözlemleniyor.

Buna göre, x kaçtır?

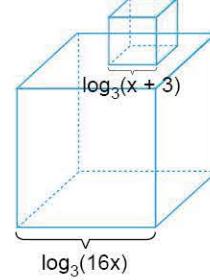
- A) 240 B) 120 C) 81 D) 27 E) 16

3. $\log_{16-x}(x-9) + \log_{16-x}(x+9) = \log_{16-x}(x^2 - 81)$

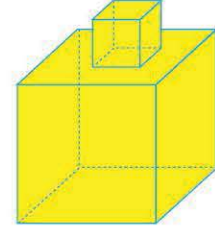
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) $(-9, 9)$ C) $(9, \infty)$
D) $(9, 16)$ E) $(9, 16) - \{15\}$

4. Ayrıt uzunlukları $\log_3(16x)$ birim ve $\log_3(x+3)$ birim olan iki küp Şekil 1'deki gibi birer yüzeyleri çakışacak biçimde üst üste konuluyor. Daha sonra elde edilen yapının dış yüzeyi Şekil 2'deki gibi sarıya boyanıyor.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'deki sarı boyalı bölgelerin br^2 cinsinden alanları toplamı üstteki küpün bir yüzeyinin br^2 cinsinden alanının 28 katıdır.

Buna göre, x 'in alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 10 D) 9 E) 3

5. $2 \cdot 3^x \leq 4^x$

eşitsizliğin çözüm kümesi hangi aralıktadır?

($\log 2 \cong 0,301$ ve $\log 3 \cong 0,477$)

- A) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ B) $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ C) $(1, \infty)$
D) $\left(\frac{10}{3}, \infty\right)$ E) $\left(\frac{12}{5}, \infty\right)$



1. $\log_{|x|}27 = |x|$

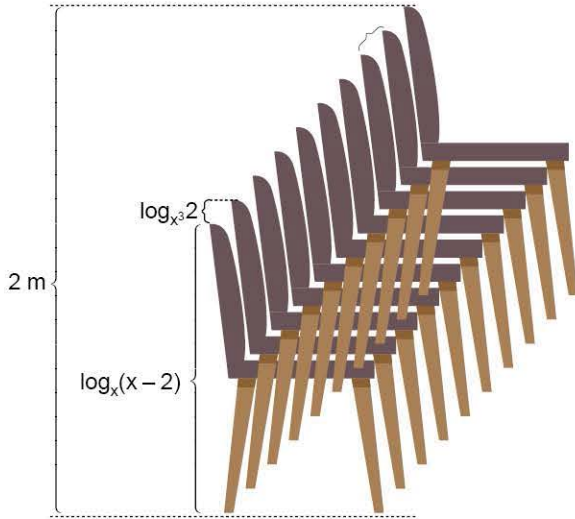
denklemini sağlayan x değerleri ile ilgili,

- I. Çarpımları -9 'dur.
- II. İki tanedir.
- III. 3 ve 9 değerleri vardır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

2.



Şekilde gösterilen plastik sandalyelerle şekildeki gibi 10 tane üst üste konulunca sandalyelerin yüksekliği 2m oluyor.

16 tane sandalye üst üste konulsaydı toplam uzunluk kaç m olurdu?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{35}{6}$ C) 3 D) $\frac{11}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

3. $(\log_3 x)^2 + \log_3(x^4) = -3$

denklemini veriliyor.

Buna göre, x 'in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{10}{27}$ B) $\frac{4}{27}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{10}$

4. $\log \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{\log x} = 6$

olduğuna göre, x 'in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 10^9 B) 10^{16} C) 10^{18} D) 10^{24} E) 10^{36}

5. $\frac{\log_2 x + \log_x 2}{\log_2 x - \log_x 2} = 9$

denkleminin sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4