



AYT

MATEMATİK

Konu Anlatımı

Mikro Konu Anlatımı ✓

Ünite Testleri ✓

Soru Çözüm Videolu ✓

Akıllı Tahtaya Uyumlu ✓

Soru Sayısı: 719

Sabri Aksu
Tuncer Şimdi



Yükseköğretim
Kurumları
Sınavı'na (YKS)
Uygun

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1	FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR	7 - 36
	1. Mikro Konu: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar	8
	2. Mikro Konu: İkinci Dereceden Fonksiyon Grafiği (Parabol)	15
	3. Mikro Konu: Fonksiyonların Dönüşümleri	28
ÜNİTE 2	DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ	37 - 68
	4. Mikro Konu: İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri	38
	5. Mikro Konu: İkinci Dereceden Eşitsizlikler	54
	6. Mikro Konu: Eşitsizlik Sistemleri	61
ÜNİTE 3	TRİGONOMETRİ	69 - 130
	7. Mikro Konu: Yönlü Açılar, Birim Çember ve Açıların Esas Ölçüsü	70
	8. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonlar	80
	9. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonlar Arasındaki Temel Özdeşlikler	86
	10. Mikro Konu: $(k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \theta)$ Sayılarının Trigonometrik Değerleri	92
	11. Mikro Konu: Trigonometrik Fonksiyonların Periyotları, Grafikleri ve Tersleri	97
	12. Mikro Konu: Sinüs, Kosinüs ve Alan Teoremleri	109
	13. Mikro Konu: Toplam, Fark ve Yarım Açılı Formülleri	115
	14. Mikro Konu: Trigonometrik Denklemler	122
ÜNİTE 4	LOGARİTMA	131 - 168
	15. Mikro Konu: Üstel Fonksiyon	132
	16. Mikro Konu: Logaritma Fonksiyonu	142
	17. Mikro Konu: Üstel ve Logaritmik Denklem ve Eşitsizlikler	160

ÜNİTE 5	DİZİLER	169 - 202
	18. Mikro Konu: Gerçek Sayı Dizileri	170
	19. Mikro Konu: Dizilerin Eşitliği ve İşlemleri	174
	20. Mikro Konu: Aritmetik Dizi	183
	21. Mikro Konu: Geometrik Dizi	188
ÜNİTE 6	LİMİT	203 - 230
	22. Mikro Konu: Limit Kavramı ve Limitin Özellikleri	204
	23. Mikro Konu: Parçalı ve Mutlak Değer Fonksiyonlarının Limiti	210
	24. Mikro Konu: $\frac{0}{0}$ Belirsizliği	215
	25. Mikro Konu: Süreklilik	221
ÜNİTE 7	TÜREV VE UYGULAMALARI	231 - 290
	26. Mikro Konu: Anlık Değişim Oranı, Türevin Tanımı ve x in Türevi	232
	27. Mikro Konu: Türevin Süreklilik İlişkisi, Fonksiyonlarda Kritik Noktalar	238
	28. Mikro Konu: Toplam, Fark, Çarpım ve Bölümün Türevi	245
	29. Mikro Konu: Bileşke Fonksiyonun Türevi	250
	30. Mikro Konu: Teğet ve Normal Denklemleri	254
	31. Mikro Konu: Bir Fonksiyonun Artan Azalanlığının Türevle İlişkisi	258
	32. Mikro Konu: Mutlak ve Yerel Maksimum ve Minimum	266
	33. Mikro Konu: Maksimum, Minimum Değer Problemleri	272
	34. Mikro Konu: Polinom Fonksiyonların Grafikleri	282
ÜNİTE 8	İNTEGRAL	291 - 328
	35. Mikro Konu: Belirsiz İntegral ve Özellikleri	292
	36. Mikro Konu: İntegralde Değişken Değiştirme Yöntemi	297
	37. Mikro Konu: Riemann Toplamı, Belirli İntegral ve Özellikleri	302
	38. Mikro Konu: Parçalı Fonksiyonların İntegrali	309
	39. Mikro Konu: İntegral ile Alan Hesabı	316
ÜNİTE 9	VERİ, SAYMA VE OLASILIK	329 - 352
	40. Mikro Konu: Koşullu Olasılık	330
	41. Mikro Konu: Teorik ve Deneysel Olasılık	343

ÜNİTE 1

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -10 \\ 6x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_3 - 3x_4 = 13 \end{cases}$$

MİKRO KONULAR

1. Mikro Konu: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar
2. Mikro Konu: İkinci Dereceden Fonksiyon Grafiği (Parabol)
3. Mikro Konu: Fonksiyonların Dönüşümleri

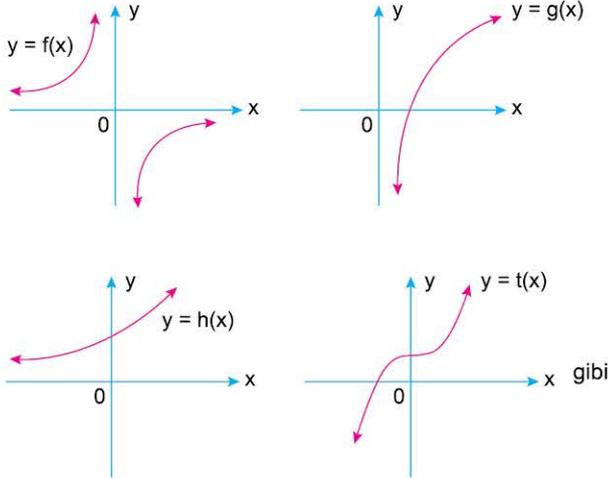
1. Mikro Konu:

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

Bir Fonksiyonun Grafiğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

Her fonksiyonun grafiği, mutlaka eksenleri keser diye bir kural yoktur. Bazıları hiçbirini kesmez. Bazıları yalnız birini, bazıları da her ikisini de kesebilir.

Örnek:



Eğer, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği, hem y ; hem de x eksenini kesen bir grafik ise

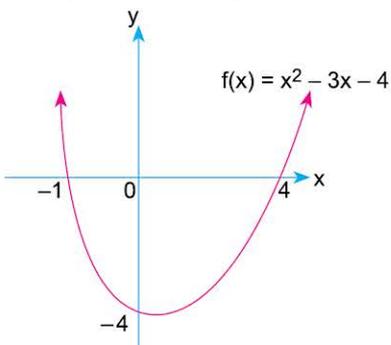
$(0, f(0))$: y eksenini kestiği noktadır.

- $f(x) = 0$ denkleminin çözümleri (kökleri), eksenini kestiği noktaların apsiseridir.

Örnek:

$f(x) = x^2 - 3x - 4$ fonksiyonunun grafiği

- y eksenini, $(0, f(0)) = (0, -4)$ noktasında keser.
- $x^2 - 3x - 4 = 0$ denkleminin kökleri, (varsa) x eksenini kestiği noktaların apsiseridir.
- $x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 4) = 0$
 $x_1 = -1$ ve
 $x_2 = 4$ gibi
- Bunları grafik üzerinden görelim.



x ekseninin, her doğru gibi düzlemi iki yarı düzleme ayırdığını biliyoruz.

- x ekseninin üst tarafındaki yarı düzlemde, her noktanın ordinatı (y değeri) pozitif; alt tarafında kalan yarı düzlemdeki her noktanın ordinatı negatiftir.

- Bu nedenle bir fonksiyonun grafiğini oluşturan noktalar,

$$f(x) = 0$$

$$f(x) < 0$$

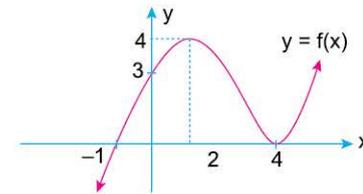
$$f(x) > 0$$

koşullarını sağlar. Bu durumların belirlenmesi işine

$$y = f(x)$$

fonksiyonunun işaretinin incelenmesi denir.

Örnek:

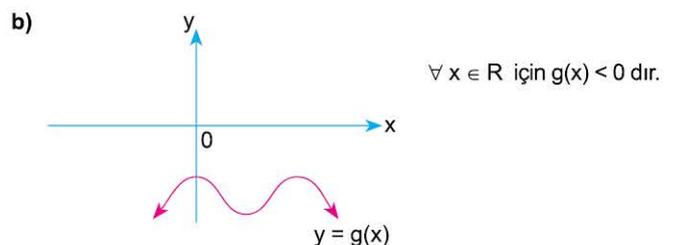
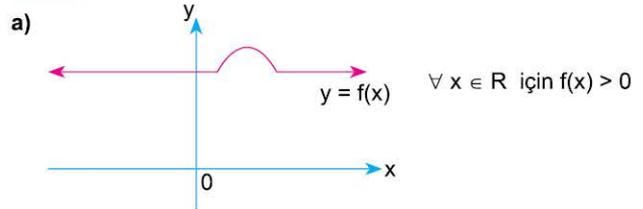


$(0, 3)$: $y = f(x)$ in y eksenini;

$(-1, 0)$ ve $(4, 0)$ $y = f(x)$ in x eksenini kestiği ve teğet olduğu noktalarıdır.

- $\forall x \in (-\infty, -1)$ için, $f(x) < 0$
- $\forall x \in (-1, +\infty)$ için, $f(x) > 0$
- $\forall x \in (-1, \infty)$ için, $f(x) \geq 0$ dir.

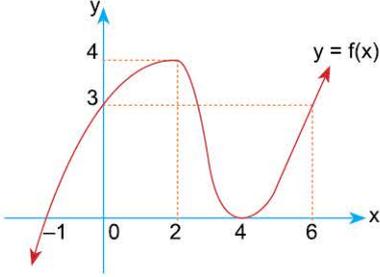
Örnek:



Bir fonksiyonun tanım aralığında veya tanım aralığının alt aralıklarında;

en büyük (maksimum) veya en küçük (minimum) değerleri olabilir.

Örnek:



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonun;

- Tanım aralığı \mathbb{R} dir.
Tanım aralığında maksimum değeri de minimum değeri de yoktur.
- Ancak $(-1, 4)$ aralığında, $f(2) = 4$ bu fonksiyonun en büyük değeridir.
(2, 4) noktası ise bu aralıktaki maksimum noktasıdır.
- $x \in (2, 6)$ için,
 $f(4) = 0$ değeri (4, 0) $f(x)$ in minimum noktasıdır.

Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta veya bu aralığın alt aralıklarında artanlığından veya azalanlığından söz edilebilir.

$x_1 < x_2$ iken, $f(x_1) < f(x_2)$ ise, $f(x)$ artandır denir.

$x_1 > x_2$ iken, $f(x_1) < f(x_2)$ ise $f(x)$ azalandır, denir.

$x_1 \neq x_2$ iken, $f(x_1) = f(x_2)$ ise $f(x)$ sabit fonksiyondur.

Sabit fonksiyon, artan da azalanda olmayan fonksiyondur.

Örnek:

\mathbb{R} de tanımlı, $f(x) = (a^2 - 4)x + 7$

fonksiyonunun azalan olması için a nın alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

Çözüm:

- $f(x)$ tanımlı olduğu aralıkta azalan ise $1 < 2$ için, $f(1) > f(2)$ olmalıdır.

• Buna göre;

$$f(1) > f(2) \Rightarrow a^2 - 4 + 7 > (a^2 - 4) \cdot 2 + 7$$

$$a^2 - 4 > 2a^2 - 8$$

$$a^2 - 4 < 0$$

- $a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$ ve $a \in \{-1, 0, 1\}$ bulunur.

Örnek:

$$f(x) = \frac{mx + 7}{9x - 21}$$

fonksiyonu artan ve azalmayan bir fonksiyondur.

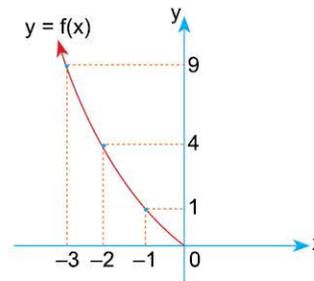
Buna göre, m sayısını bulunuz.

Çözüm:

- $f(x)$, azalmayan ve artmayan ise sabit fonksiyondur.
- $f(x) = \frac{mx + 7}{9x - 21}$ sabit ise, $\frac{m}{9} = \frac{7}{-21}$ ve $m = -3$ olur.

Fonksiyonlarda, artanlığın ve azalanlığın grafik anlamı vardır.

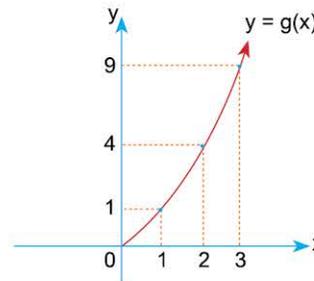
Örnek:



Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu, $(-\infty, 0)$ aralığında azalandır.

Azalan fonksiyonlarda:

x değerleri arttığında, y değerleri azalıyor veya x değerleri azaldığında y değerleri artıyor.



Yukarıda grafiği verilen $y = g(x)$ artan fonksiyondur.

Artan fonksiyonlarda:

x değerleri arttığında veya azaldığında, y değerleri de artar veya azalır.

1. ÜNİTE: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

$f(x)$ fonksiyonunun tanım aralığına ait iki noktasının apsisi a ve b olsun.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

sayısına $f(x)$ in ortalama değişim hızı (kesenin eğimi) denir.

Örnek:

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = -x^2 + 3x$ dir.

$A(2, \dots)$ ve $B(4, \dots)$ noktaları için $f(x)$ in değişim hızını bulunuz.

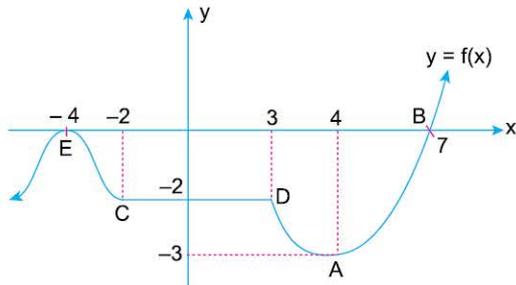
Çözüm:

$$\begin{aligned} m_{AB} &= \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} \\ &= \frac{[-(4)^2 + 3 \cdot 4] - [-(2)^2 + 3 \cdot 2]}{4 - 2} \\ &= \frac{-4 - 2}{2} = -3 \end{aligned}$$

Azalan fonksiyonlarda ortalama değişim hızı (kesenin eğimi) negatif, artan fonksiyonlarda pozitif ve sabit fonksiyonlarda sıfırdır.

Örnek:

Aşağıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun, artan, azalan ve sabit olduğu aralıkları belirtiniz.



Çözüm:

- $f(-4, -2)$ aralığında azalan ve CE kesenin eğimi,

$$m_{CE} = \frac{0 - (-2)}{-4 - 0} = \frac{-1}{2} < 0 \text{ dir.}$$

- $(4, 7)$ aralığında artan ve AB kesenin eğimi,

$$m_{AB} = \frac{0 - (-3)}{7 - 4} = 1 > 0 \text{ dir.}$$

- $(-2, 3)$ aralığında sabit ve CD kesenin eğimi,

$$m_{CD} = \frac{-2 - (-2)}{3 - (-2)} = \frac{0}{5} = 0 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$f(x) = 6 - x + x^2$$

fonksiyonunun apsisi -1 ve 2 olan noktalarından geçen kesenin eğimini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = 6 - x + x^2 \Rightarrow f(-1) = 6 - (-1) + (-1)^2$$

$$f(-1) = 8$$

$$A(-1, 8)$$

$$f(2) = 6 - 2 + 2^2$$

$$f(2) = 8$$

$$B(2, 8)$$

$$m_{AB} = \frac{8 - 8}{2 - (-1)} = \frac{0}{3} = 0 \text{ (sabit)}$$

Örnek:

$f(x) = x^3 + 2x$ fonksiyonunun, $A(1, a)$ ve $B(a, b)$ noktalarından geçen kesenin eğimini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f(1) = a$$

$$1^3 + 2 \cdot 1 = a$$

$$a = 3 \text{ ve } A(1, 3);$$

$$A(1, 3)$$

$$f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f(a) = b$$

$$f(3) = b$$

$$27 + 6 = b$$

$$b = 33 \text{ ve } B(3, 33) \text{ tür.}$$

Buna göre, AB kesenin eğimi

$$m_{AB} = \frac{33 - 3}{3 - 1} = 15 \text{ olur.}$$

ÇÖZÜMLÜ SORULAR 1

1. MİKRO KONU: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

1. ÜNİTE: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

1. $f(x) = x^2 + 2x + a - 2$
fonksiyonunun grafiği, y eksenini -4 te kesmektedir.
Buna göre, a kaçtır?

Çözüm:

$f(0)$ değeri (varsa), fonksiyon grafiğinin y eksenini kestiği noktanın ordinatıdır. Buna göre,
 $f(0) = -4$
 $-4 = 0 + 2 \cdot 0 + a - 2 \Rightarrow a = -2$ dir.

2. $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun grafiği, y ekseninin 4 noktasında; x eksenini -2 noktasında kestiğine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$f(x)$ 'in grafiği

- y eksenini 4 noktasında kesiyorsa;
 $f(0) = 4$
 $4 = a \cdot 0 + b$
 $b = 4$ ve
 $f(x) = ax + 4$ tür.
- x eksenini -2 noktasında kesiyorsa,
 $a \cdot (-2) + 4 = 0$
 $-2a = -4$
 $a = 2$ dir.

Bu nedenle, $a + b = 2 + 4 = 6$ olur.

3. x eksenini -1 ve 3 noktalarında kesen, baş katsayısı 1 olan ikinci derece üç terimlisini yazınız.

Çözüm:

- $f(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow f(-1) = 0$
 $f(3) = 0$
- $f(-1) = 0 \Rightarrow 0 = 1 - b + c$
 $b - c = 1$ (I)
- $f(3) = 0 \Rightarrow 0 = 9 + 3b + c$
 $3b + c = -9$ (II)

I ve II nin oluşturduğu sistemin çözümü yapılırsa,

$$b - c = 1$$

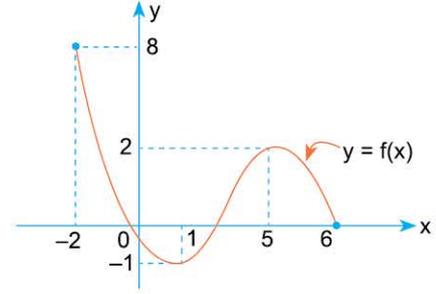
$$3b + c = -9$$

$$4b = -8 \text{ ve } b = -2 \text{ olur.}$$

$$b - c = 1 \text{ ise } c = -3 \text{ bulunur.}$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \text{ olur.}$$

- 4.



Yukarıda grafiği ile verilen $f(x)$ fonksiyonunun tanım aralığını, artan ve azalan olduğu aralıkları belirtiniz.

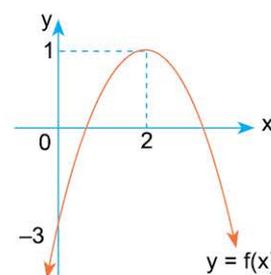
Çözüm:

- $y = f(x)$, $[-2, 6]$ aralığında tanımlıdır, denir.
- $x = -2$ için, $f(-2) = 8$ dir.
 8 , y nin en büyük değeridir.
- $x \in (1, 6]$ aralığındaki en büyük değer, $f(5) = 2$ dir.
- $x \in (0, 5]$ aralığında en küçük değer $f(1) = -1$ dir.

Ayrıca; $(-2, 1)$ ve $(5, 6)$ aralıklarında azalan olan $y = f(x)$ fonksiyonu $(1, 5)$ aralığında artandır.

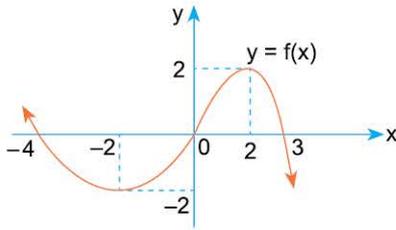
5. $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ fonksiyonu daima azalandır. Buna göre, A kümesini belirleyiniz.

Çözüm:



- $f(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 4 - 3$
- $f(x) = -(x - 2)^2 + 1$
şeklinde düzenlenir.
- $f(x)$ in grafiği çizilir.
- Daima azalan olduğu aralığın $(2, +\infty)$ olduğu görülür. Öyleyse $A = (2, +\infty)$ dur.

1.

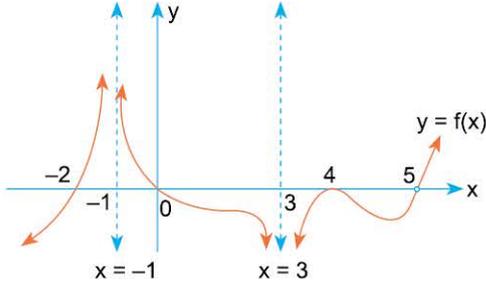


Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunu yorumlayınız.

Çözüm:

- $x < -4$ aralığında pozitif ve azalandır.
- $(-4, -2)$ aralığında negatif azalandır.
- $(-2, 0)$ aralığında negatif artandır.
- $(0, 2)$ aralığında pozitif artandır.
- $(2, 3)$ aralığında pozitif azalandır.

2.

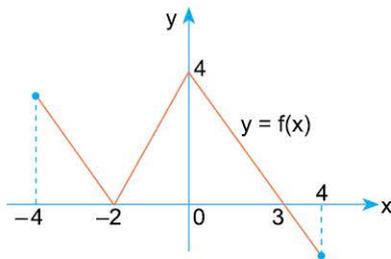


Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunu yorumlayınız.

Çözüm:

- $x = -1$ ve $x = 3$ apsisli noktalarda tanımsızdır.
- $(3, 4)$ aralığında artandır.
- $(0, 4) - \{3\}$ aralığında negatiftir.
- $x = 4$ çift kat (2 kez) köktür.

3.



$f(x)$ in azalan olduğu aralıklarda, x in kaç tam sayı değeri vardır?

Çözüm:

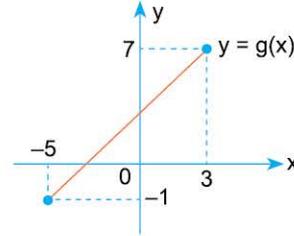
Grafiğe göre, $f(x)$,

- $[-4, -2] \cup [0, 4]$ kümesinde azalandır. Bu kümede yer alan tam sayılar $-4, -3, -2, 0, 1, 2, 3, 4$ tür. O halde $f(x)$ in, azalan olduğu aralıklarda x in 8 tane tam sayı değeri vardır.

4. Fonksiyonların en büyük ve en küçük değerlerine örnek veriniz.

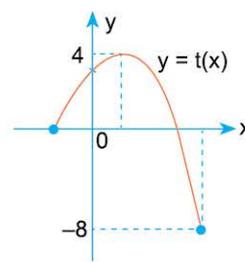
Örnek 1:

$[-5, 3]$ den $[-1, 7]$ ye tanımlı g fonksiyonunun grafiğine göre,



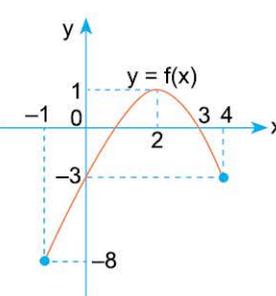
$l.$ fonksiyonların, tanımlı oldukları aralıklarda en büyük ve en küçük değerleri olabilir. En büyük değeri 7 en küçük değeri -1 dir.

Örnek 2:



Yandaki grafiğe göre, tanımlı olduğu aralıkta $t(x)$ in en büyük değeri 4 ve en küçük değeri -8 dir.

Örnek 3:



Yandaki grafiğe göre,

- $f(-1) = -8$, $f(x)$ in en küçük değeridir. (minimumdur).
- -1 , minimum noktasının apsisidir.
- $f(2) = 1$, $f(x)$ in en büyük değeri (maksimumdur)
- 2 , maksimum noktasının apsisidir.

ÖN TEST

Aşağıda sol sütunda bulunan soruların çözümlerini tamamlayınız. Sağdaki soruları çözünüz.

1. $f(t) = 2t^2 - 3t + 5$
bir hareketlinin zamana bağlı aldığı yolun değişimidir.
Bu hareketlinin ilk 3 saniyedeki değişim hızı kaç m/sn dir?

Sorular, $[0, 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızıdır.

$$\begin{aligned} & f(0) \text{ ve } f(3) \text{ hesaplayınız} \\ & \vdots \\ & 3 \text{ m/sn} \end{aligned}$$

1.

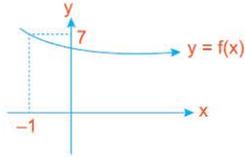
Zaman (sa)	2	3	4	5
Ürün sayısı	5	8	12	18

Yukarıdaki tablo bir makinenin zamana bağlı üretimini göstermektedir. 3. ve 5. saatin sonlarındaki ortalama üretim hızı kaç ürün/saattir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ve $f(x)$ azalandır.
 $f(-1) = 7$ olduğuna göre
 $f(7) =$ kaç olabilir?

Verilenlere uygun grafiği tasarlayın.



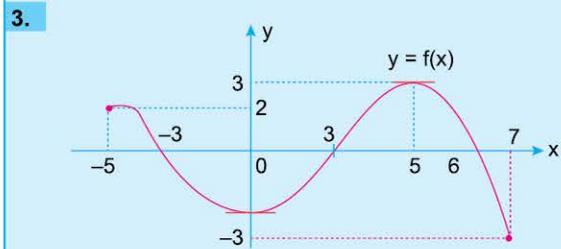
$f(7) < 7$ den küçük olmalı

2. $f(x)$, \mathbb{R} den \mathbb{R} ye tanımlı artan negatif bir fonksiyondur.
 $f(-1) = 5$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğru olmaz?

- A) $f(0) < 0$ B) $f(2) \cdot f(3) > 0$ C) $\frac{f(4)}{f(5)} > 0$
D) $f(6) - f(-2) < 0$ E) $f(-3) + f(7) < 0$

- 3.
-
- Aşağıda verilen ifadelerdeki kutucuklara doğru olanlara (D), yanlış olanları na ise (Y) yazınız.

- $f(x)$ in tanım aralığı $[-2, 4]$ tür.
 $[-2, 1]$ aralığında azalandır.
 Pozitif artandır.
 Minimum değeri 2 den küçüktür.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu ile ilgili olarak

- I. $f(x) = 0$ denkleminin 3 kökü vardır.
II. $f(x)$ in maksimum ve minimum değerleri toplamı sıfırdır.
III. $[0, 5]$ aralığında artandır.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I ve II

1-B

2-D

3-D

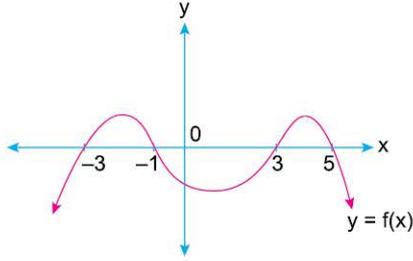


TEST

1. MİKRO KONU: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

1. ÜNİTE: Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar

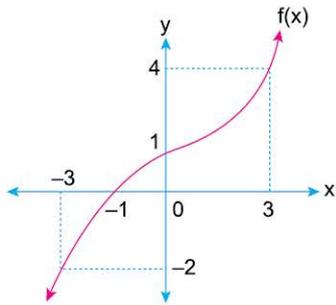
1.



Yukarıdaki grafiğe göre, aşağıdakilerden hangisi söylenemez?

- A) $f(x) = 0$ denkleminin dört kökü vardır.
- B) $f(x) = 0$ denkleminin kökler toplamı 4 tür.
- C) $(-3, 5)$ aralığında, iki maksimum bir minimum değeri vardır.
- D) $f(0) < 0$ dir.
- E) $f(4) + f(2) > 0$ dir.

2.



Yanda, $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir.
2. $f(-3) + f(a) = 0$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) -2

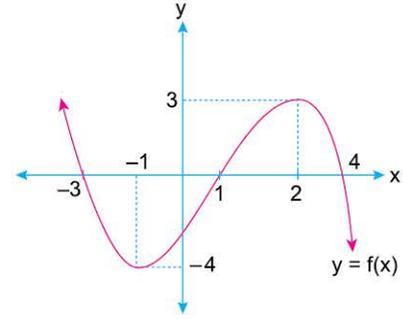
3. \mathbb{R} kümesinde tanımlı f fonksiyonu, $f(x) = x^2 + 8x + 16$ biçiminde tanımlanıyor.

- I. $f(x)$ in grafiği x eksenine $(-4, 0)$ noktasında teğettir.
- II. En küçük değeri 0 dir.
- III. Her $x \in \mathbb{R}$ için artandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve III
- E) I ve II

4.



Şekilde, gerçekte sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Bu grafiğe göre,

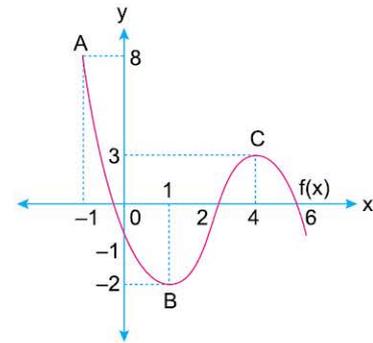
- I. $f(x) = 0$ denkleminin kökler çarpımı 12 dir.
- II. $f(x)$ in minimum noktası $(-1, -4)$ tür.
- III. $(-3, 4)$ aralığında, $f(x)$ in maksimum değeri 3 tür.
- IV. $(-3, -1)$ aralığında azalandır.
- V. $(0, 4)$ aralığında azalandır.

İfadelerinin kaçı doğrudur?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

5. Bir fonksiyonun, tanımlı olduğu aralıktaki en büyük değerine "mutlak maksimum" bu aralığın alt aralıklarındaki en büyük değerine ise "yerel-yersel maksimum" denir. Aynı yaklaşım mutlak minimum ve yerel minimum için de geçerlidir.

Aşağıda verilen grafiğe göre, hangisi yanlıştır?



- A) A mutlak maksimum noktasıdır.
- B) $f(x)$ in mutlak maksimum değeri 8 dir.
- C) B noktası; yalnızca yerel minimum noktasıdır.
- D) C noktası yerel maksimum noktasıdır.
- E) Fonksiyon $(1, 6)$ aralığında pozitifdir.

1-E

2-D

3-E

4-C

5-E

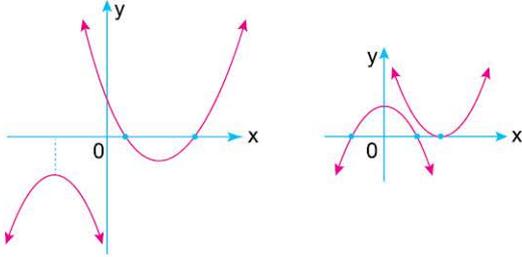
2. Mikro Konu:

İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYON GRAFİĞİ
(PARABOL)

- $a \neq 0$ olmak üzere,
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
şeklindeki fonksiyonlara ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonlar denir.
- Parabol, bu fonksiyonların grafiklerine verilen addır. Bu nedenle ikinci dereceden bu fonksiyonlara parabol denklemleri de denir.

1. Parabol ve Parabolün Denklemleri

- Parabol şeklindeki eğriler ve benzerlerinin adıdır.



$a \neq 0$ ve $T(r, k)$ tepe noktası olmak üzere,

$$y = ax^2$$

$$y = ax^2 + c$$

$$y = ax^2 + bx$$

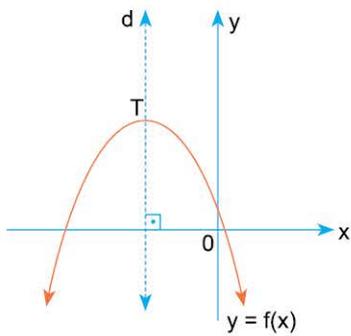
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x - r)^2$$

$$y = a(x - r)^2 + k$$

şeklindeki fonksiyonların her biri parabol denklemleridir.

2. Parabolün Tepe Noktası ve Simetri Eksenini



- T, şekildeki parabolün tepe noktasıdır.
- Parabolün tepe noktasından geçen, x eksenine dik olan doğru simetri eksenidir.
- d doğrusu simetri eksenidir.

Örnek:

d doğrusu simetri eksenidir. Simetri eksenini, tanımından ötürü

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ denklemini, simetri ekseninin denklemdir.}$$

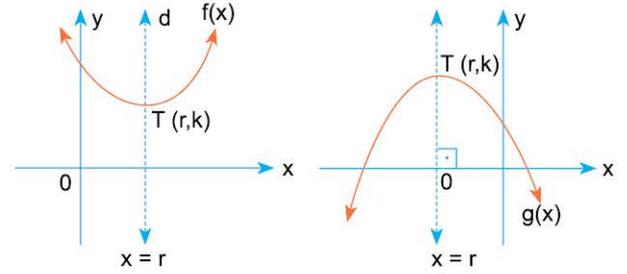
3. Parabolün Tanımlı Olduğu Aralıkta En Büyük ve En Küçük Değeri

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $T(r, k)$ ise,

$$r = -\frac{b}{2a} \text{ ve } k = f(r) \text{ dir.}$$

$f(r)$, \mathbb{R} den \mathbb{R} ye tanımlı f fonksiyonu için parabolün en küçük ya da en büyük değeridir.

Örnek:



k , $f(x)$ in en küçük değeridir.

$$k = f(r)$$

k , $g(x)$ in en büyük değeridir.

$$k = g(r)$$

Örnek:

(4, 8) noktası, $f(x) = -3(x - a + 1)^2 + b - 4$

parabolünün tepe noktası olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$T(r, k) = T(4, 8) \Rightarrow a - 1 = 4$$

$$a = 5$$

$$b - 4 = 8$$

$$b = 12$$

$$a + b = 17 \text{ dir.}$$

Örnek:

$f(x) = x^2 - 2mx + 3$

parabolünün simetri eksenini $x - 3 = 0$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \Rightarrow -\frac{2m}{2} = 3$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

4. Parabolün Çizimi

Dönüşümler yardımıyla fonksiyonların grafiğini çizmeğe sıra geldiğinde parabolü çizmek kolaylaşacaktır.

Buraya kadar sahip olduğumuz bilgilerle

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

parabolünün çizimi için atılacak adımları örnekten görelim:

Örnek:

Denklemini, $g(x) = x^2 - 2x - 8$ olan parabolü çiziniz.

Çözüm:

1. adım: kolların yönü belirlenir.



2. adım: Eksenleri kestiği noktaları bulunur.

$(0, f(0))$ y eksenini kestiği noktadır. ($x = 0$ için, $y = -8$)

$x^2 - 2x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x eksenini kestiği noktaların apsiseridir.

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 4 \text{ olur.}$$

3. adım: Tepe noktası belirlenir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ nin tepe noktası $T(r, k)$ ise $r = -\frac{b}{2a}$ ve

$$f(r) = k \text{ dir.}$$

$$T(1, -9)$$

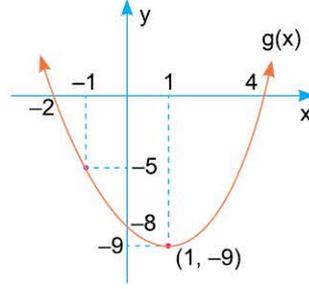
4. adım: Gerekirse x e (veya y ye) keyfî değerler verilerek başka noktalar da belirlenebilir.

$x = -1$ için $y = -5 \rightarrow (-1, -5)$ gibi

5. adım: Yukarıdaki çalışmaların sonuçlarını toparlayan ve özetleyen değişim tablosu yapılır.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	4	$+\infty$
y	$+\infty$	0	-5	-8	-9	0	$+\infty$

6. adım: Değişim tablosunun rehberliğinde çizim yapılır.



Parabol çizerken, her denklem için ayrı ayrı yollar izlenmez. Örnekte açıklanan yöntem, her denklem için geçerlidir. Ancak çizim için farkedilen kolaylıklardan da yararlanır.

Örnek:

$$f(x) = 2x^2 - x + 3$$

parabolü $(1, a)$ noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

Çözüm:

Her grafik için geçerli olan kolaylık parabolde içinde geçerlidir.

Grafiğe (fonksiyona) ait her nokta, grafiğin denklemini sağlar.

$(1, a) \in f \Rightarrow f(1) = a$ demektir.

$$a = 2 \cdot 1 - 1 + 3$$

$$a = 4 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$f(x) = 2x^2 + mx + n$$

parabolünün tepe noktası $T(-1, -5)$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$T(-1, -5) = T(r, k) \Rightarrow r = -1 \text{ ve } f(-1) = -5 \text{ tir.}$$

$$r = -1 \Rightarrow r = -\frac{m}{4} = -1$$

$$m = 4$$

$$f(-1) = -5 \Rightarrow -5 = 2 \cdot (-1)^2 + 4(-1) + n$$

$$-5 = -2 + n$$

$$n = -3$$

$$m + n = 1 \text{ olur.}$$

5. Parabolün Denkleminin Yazılması

Parabolün denklemini yazmak demek

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunu yazmaktır.

Bunun için a , b , c katsayılarının belirlenmesi gerekir.

Eğer, $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun farklı formları olan

$$y = ax^2$$

$$y = a(x - r)^2$$

$$y = a(x - r)^2 + k$$

eşitliklerini oluşturmak gerekirse, izlenecek yol örneklerdeki gibidir.

Öncelikle bilinmesi gerekenler vardır. Bunlardan biri "parabol üzerindeki her noktanın koordinatları parabolün denklemini sağlar" bilgisidir.

Örnek:

$f(x) = ax^2 - (b - 2)x - 11$ parabolü, $A(-1, 1)$ ve $B(1, 5)$ noktalarından geçtiğine göre, (a, b) ikilisini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} A \in f &\Rightarrow a(-1)^2 - (b - 2)(-1) - 11 = 1 \\ &a + b - 13 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \in f &\Rightarrow a \cdot 1^2 - (b - 2) \cdot 1 - 11 = 5 \\ &a - b - 9 = 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ a - b = 14 \end{cases}$$

sistemi çözümlenerek;

$$a = 14$$

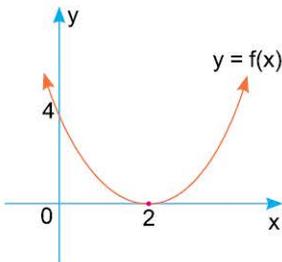
$$b = 0$$

$$(a, b) = (14, 0) \text{ bulunur.}$$

Örnek:

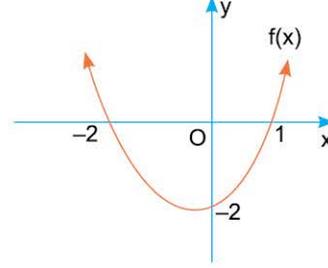
x eksenine $(2, 0)$ noktasında teğet olan ve y eksenini $(0, 4)$ noktasında kesen parabolü ve denklemini inceleyiniz.

Çözüm:



- $f(x) = a(x - r)^2$
 $f(x) = a(x - 2)^2$
- $(0, 4) \in f$ olduğu için
 $4 = a(0 - 2)^2$
 $a = 1$
 $f(x) = (x - 2)^2$ dir.

Örnek:

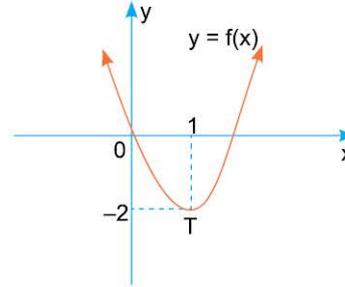


Yandaki şekilde grafiği verilen $f(x)$ parabolünün denklemini yazınız.

Çözüm:

- Parabolün x eksenini kestiği noktalar parabol denklemini sıfırlar. Apsisleri, x_1, x_2 olan parabolün denklemini,
 $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
olarak da yazılabilir.
Buna göre,
- $f(x) = a(x + 2)(x - 1)$
 $(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = a(0 + 2)(0 - 1)$
 $-2 = -2a, a = 1$
- $f(x) = (x + 2)(x - 1)$ dir.

Örnek:



Yandaki şekilde grafiği verilen $f(x)$ parabolünün denklemini yazınız.

Çözüm:

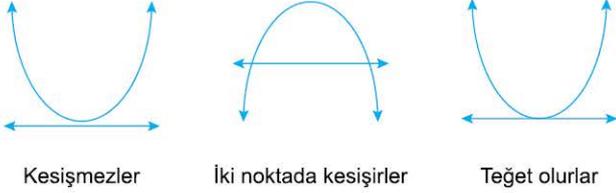
- Grafikten, $T(1, -2) = (r, k)$ olduğu görülür.
 $f(x) = a(x - r)^2 + k$ şeklinde düşünülerek
 $f(x) = a(x - 1)^2 + (-2)$ yazılır.
 $(0, 4) \in f$ olduğu için
 $4 = a(0 - 1)^2 + (-2) \Rightarrow a = 2$ bulunur.
 $f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$ olur.

6. Doğru ile Parabolün Konumları

Aynı düzlemli:

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile

$y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre 3 farklı durumu vardır.



Denklemleri verilen doğru ile parabolün durumlarını belirlemek için ortak denklemden yararlanır.

Şöyleki,

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile

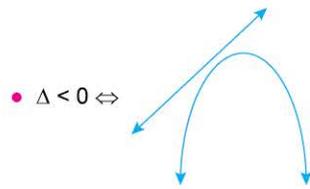
$y = mx + n$ doğrusunun ortak denklemi,

$mx + n = ax^2 + bx + c$ dir.

Ortak denklem.

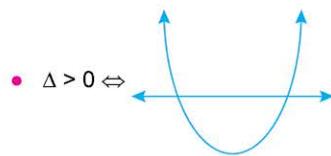
$ax^2 + x(b - m) + (c - n) = 0$

şeklinde düzenlendikten sonra bu denklemin diskriminantı (Δ) bulunur.



• $\Delta < 0 \Leftrightarrow$

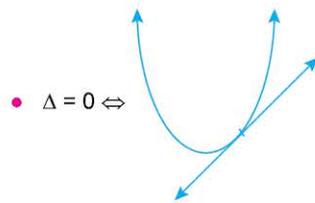
Doğru ile parabol kesişmez.



• $\Delta > 0 \Leftrightarrow$

Doğru ile parabolün iki ortak noktası vardır.

Ortak denklem x 'e göre düzenlenmişse kökleri, kesim noktalarının apsiseridir.



• $\Delta = 0 \Leftrightarrow$

Doğru, parabole teğettir.

Teğetin değme noktasının apsisi ortak denklemin köküdür.

Örnek:

$f(x) = 2x^2 - 3$ parabolü ile

$y = x + 1$ doğrusunun ortak denklemini hem x bilinmeyenine hem de y bilinmeyenine göre yazınız.

Çözüm:

- $y = 2x^2 - 3$ ve $y = x + 1 \Rightarrow x + 1 = 2x^2 - 3$
 $2x^2 - x - 4 = 0$
- $y = 2x^2 - 3$ ve $y = x + 1 \Rightarrow x = y - 1$
 $y = 2(y - 1)^2 - 3$
 $2y^2 - 5y - 1 = 0$

Örnek:

$2x^2 - x - 4 = 0$ ve

$2y^2 - 5y - 2 = 0$

denklemlerinin diskriminantlarını bulunuz.

Çözüm:

- $2x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2) \cdot (-4)$
 $\Delta = 33$
 $\Delta = 33$ ve $\Delta > 0$ olduğu için doğru, parabolu iki noktada keser.

- $2y^2 - 5y - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(2)(-2)$
 $\Delta = 41$

$\Delta = 41$ ve $\Delta > 0$ olduğundan parabol ile doğrunun iki ortak noktası vardır.

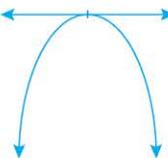
Örnek:

$y = 2$ doğrusu, $y = x^2 - 4x + n$

parabolüne teğet olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm:

- $y = x^2 - 4x + n$ ve $y = 2 \Rightarrow 2 = x^2 - 4x + n$ ortak denklemdir.
 $x^2 - 4x + n - 2 = 0$
- $x^2 - 4x + n - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(n - 2)$
- $\Delta = 0$ dir.
 $\Delta = 16 - 4n + 8 \Rightarrow 0 = 24 - 4n$
 $n = 6$ olur.



1. $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ ve $B(4, 8)$ noktalarından geçen parabolün denklemini yazalım.

Çözüm:

Bu parabol x eksenini orijin ve $A(2, 0)$ noktasında kestiğine göre, denklemi

$$f(x) = a(x - 0)(x - 2) \text{ dir.}$$

$$B \in f \Rightarrow f(4) = 8 \text{ dir.}$$

$$f(4) = 8 \Rightarrow 8 = a(4 - 0)(4 - 2)$$

$$a = 1$$

$$f(x) = x^2 - 2x \text{ tir.}$$

2. $y = x^2 - 4mx + 2m$ parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaç olabilir?

Çözüm:

x eksenini $y = 0$ doğrusudur.

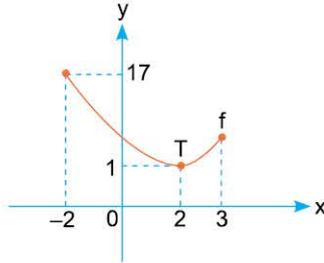
Parabol x eksenine teğet ise değme noktasının apsisi çift kat köktür. Bu nedenle; $\Delta = 0$ dir.

$$x^2 - 4mx + 2m = 0 \text{ ve}$$

$$\Delta = 16m^2 - 8m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ ya da}$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

- 3.



Grafikte bir parabolün $[-2, 3]$ aralığındaki parçası verilmiştir.

Bu grafiği göre, f nin en büyük ve en küçük değerini belirleyiniz.

Çözüm:

Parça parabol için de en büyük ve en küçük değerden söz edilebilir.

Bu grafiğe göre,

$T(2, 1)$ tepe noktası ve en küçük değeri 1 dir.

Ayrıca;

$x = -2$, için $f(-2) = 17$ en büyük değeridir.

Grafiğinin $[-2, 3]$ aralığındaki parçası yukarıdaki gibi olan $y = f(x)$ parabolünün; hem en küçük hem de en büyük değeri vardır.

4. $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, olmak üzere

$$f(x) = -x^2 + 4x - 12$$

fonksiyonunun en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm:

- $f(x) = -x^2 + 4x - 12 \Rightarrow$ parabolünün tepe noktası $T(2, -8)$ dir.
 $2 \in [-1, 4]$ olduğundan, -8 en büyük değerdir.

- $x = -1$ için $f(-1) = -1 - 4 - 12$
 $f(-1) = -17$ (en küçük)

- İstenen, $(-8) + (-17) = -25$ tir.

5. x eksenini $(-3, 0)$ ve $(1, 0)$ noktalarında kesen, $A(-1, 8)$ noktasından geçen parabolün denklemini yazalım.

Çözüm:

İstenen:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun a, b, c kat sayılarının belirlenmesi

Verilenler:

$$f(-3) = 0$$

$$f(1) = 0$$

$$f(-1) = 8$$

Denklem:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ile $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ aynı şeyi anlatır.

Bu nedenle,

$$y = a(x + 3)(x - 1)$$

$$8 = a(-1 + 3)(-1 - 1) \text{ yazılır.}$$

$$a = -2 \text{ ve}$$

$$f(x) = -2(x + 3)(x - 1) = -2x^2 - 4x + 6 \text{ olur.}$$

6. $y = x^2 + (a+1)x + a$ parabolünün tepe noktasının apsisi 1 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

Çözüm:

$y = x^2 + (a + 1)x + a$ parabolünün tepe noktasının apsisi, $-\frac{(a+1)}{2}$ dir.

$$-\frac{(a+1)}{2} = 1 \Rightarrow a = -3 \text{ olur.}$$

$$a = -3 \Rightarrow y = x^2 - 2x - 3$$

$$f(1) = -4 \text{ bulunur.}$$

1. $f(x) = (m - 2)x^{m-1} + 4x - 4$ fonksiyonu bir parabol denkleminde olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$f(x)$ in parabol denkleminde olması için,

$$m - 2 \neq 0$$

$$m - 1 = 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$m - 1 = 2 \Rightarrow m = 3 \text{ ve } m - 2 \neq 0 \text{ olur.}$$

2. $y = x^2 - mx + m - 1$ parabolünün tepe noktası x ekseninde olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

x ekseninde $y = 0$ doğrusudur.

Parabolün tepe noktası x ekseninde ise,

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0 \text{ dir. Buna göre,}$$

$$f\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4} - m \cdot \frac{m}{2} + m - 1$$

$$0 = -\frac{m^2}{4} + m - 1$$

$$m = 2 \text{ dir.}$$

3. Tepe noktası $T(2, 8)$ olan ve $A(0, 6)$ noktasından geçen parabolün x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm:

Tepe noktası $T(r, k)$ olan parabolün denkleminde,

$$f(x) = a(x - r)^2 + k$$

şeklinde de yazılabilir. Buna göre,

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 8$$

$$(0, 6) \in f \Rightarrow 6 = a(0 - 2)^2 + 8$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

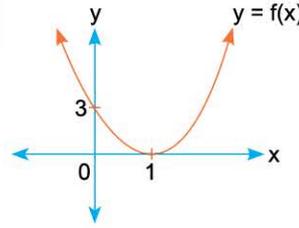
$$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 \text{ olur.}$$

İstenen $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 = 0$ denkleminin kökleri olan

$(x_1 = -2, x_2 = 6)$ sayılarının farkıdır.

$$|x_1 - x_2| = 8 \text{ dir.}$$

- 4.



Yandaki grafik, $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

Çözüm:

Grafik, $x = 1$ noktasında x eksenine teğet olduğu için denklemini

$$f(x) = a(x - 1)^2$$

şeklinde yazabiliriz.

$$f(x) = a(x - 1)^2 \Rightarrow 3 = a(0 - 1)^2$$

$$a = 3$$

$$f(x) = 3(x - 1)^2 \text{ dir.}$$

$$f(3) = 3(3 - 1)^2$$

$$f(3) = 12 \text{ olur.}$$

5. Tepe noktası $(2, -3)$ olan $f(x) = 2x^2 - 8nx - m$ parabolü, y eksenini hangi noktada keser?

Çözüm:

Verilen denkleminde;

$a = 2$, $b = -8n$ ve $c = -m$ dir. Ayrıca;

$$T(2, -3) = T(r, k) \Rightarrow r = 2 \text{ ve}$$

$$k = -3 \text{ tür.}$$

$$r = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-(-8n)}{2 \cdot 2},$$

$$n = 1 \text{ olur.}$$

T noktası parabol üzerinde olduğundan,

$$f(2) = -3 = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 1 \cdot 2 - m \Rightarrow m = -5 \text{ ve } f(0) = 5 \text{ tir.}$$

6. Maliyeti x lira, satış fiyatı $(-x^2 + 7x + 2)$ lira olan bir ürünün satışından en çok kaç lira kâr edilebilir?

Çözüm:

Kâr = Satış fiyatı - Maliyet

$$f(x) = -x^2 + 7x + 2 - x$$

İstenen, $f(x) = -x^2 + 6x + 2$ fonksiyonunun en büyük değeridir.

$$r = \frac{-6}{-1 \cdot 2} = 3 \text{ olduğundan}$$

$$f(3) = -9 + 18 + 2$$

$$= 11 \text{ olur.}$$

1. Toplamları 16 olan iki sayının çarpımının en büyük değerini bulunuz.

Çözüm:

1. sayı : x ise

2. sayı : $16 - x$ tir.

İstenen : $x(16 - x)$ çarpımının en büyük değeridir.

İstenen, x e bağlı ikinci dereceden bir fonksiyonun maksimum değeridir.

$f(x) = -x^2 + 16x$ parabol denkleminin olduğundan,

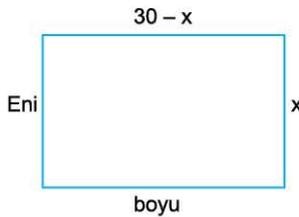
Tepe noktası, $T(r, f(r)) \Rightarrow r = -\frac{16}{-2} = 8$ ve

$$f(r) = f(8) = -64 + 128$$

$$f(8) = 64(\text{max}) \text{ dir.}$$

2. Çevresi 60 metre olan bir bahçenin, eni kaç metre olursa alanı en büyük olur?

Çözüm:



Şekil dikdörtgen

Çevre = 60m ise

$$\text{En} + \text{Boy} = 30\text{m}$$

$$x + 30 - x = 30\text{m}$$

$$\text{Alan} = x(30 - x)$$

$$f(x) = -x^2 + 30x$$

Sorulan, $f(x) = -x^2 + 30x$ parabolünün tepe noktasının apsisi.

$$\begin{aligned} \text{Tepe noktasının apsisi } r \text{ ise } r &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{30}{2 \cdot (-1)} \\ &= 15 \text{ tir.} \end{aligned}$$

3. x , bir makinenin günlük üretimi,

$$f(x) = -x^2 + 100x - 150 \text{ (TL)}$$

bu ürünlerin satışından elde edilen kârı ifade eden fonksiyondur.

Bu ürünlerin bir günlük satışından elde edilen kârın en çok olması için günlük üretim kaç olmalıdır?

Çözüm:

Eğer okuduğumuzu dikkatlice okur ve anlarsak soruların

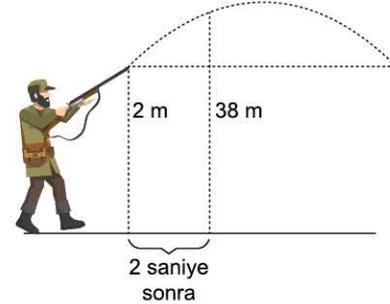
$$f(x) = -x^2 + 100x - 150$$

parabolünün tepe noktasının apsisi olduğunu anlarız.

Yani, $r = -\frac{b}{2a}$ dan

$$x = -\frac{100}{2 \cdot (-1)} = 50 \text{ dir.}$$

- 4.



x saniye cinsinden zaman olmak üzere, tüfekten çıkan işaret mermisinin yörünge denklemi,

$$f(x) = -x^2 + ax + b \text{ (metre)}$$

şeklinde.

İşaret fişeginin 2 saniye sonraki yüksekliği 38 metre olduğuna göre, bu fişek kaçınıcı saniyenin sonunda en yükseğe çıkar?

Çözüm:

$$f(x) = -x^2 + ax + b \Rightarrow x = 0 \text{ için } b = 2 \text{ dir.}$$

O halde, $f(x) = -x^2 + ax + 2$ olur.

$x = 2$ sn için,

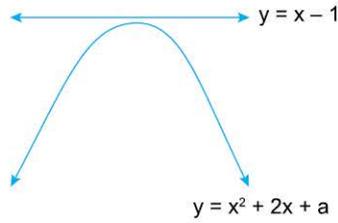
$$f(2) = -4 + 2a + 2 = 38$$

$$a = 20 \text{ dir.}$$

$$a = 20 \dots f(x) = -x^2 + 20x + 2 \text{ dir.}$$

İstenen, $-\frac{b}{2a} = -\frac{20}{-2} = 10$ bulunur.

1.



Yukarıdaki konuma göre, a yı bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabolün kesişmemesi durumunda, ortak denklemin Δ sı negatiftir. Buna göre,

Ortak denklem: $x - 1 = x^2 + 2x + a$

$$x^2 + x + (a + 1) = 0$$

$$\text{Diskriminant: } \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a + 1)$$

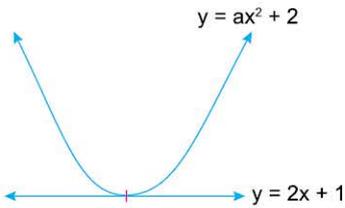
$$\text{Koşul: } \Delta < 0$$

$$1 - 4a - 4 < 0$$

$$-3 < 4a$$

$$\text{Sonuç: } \frac{-3}{4} < a$$

2.



Yukarıdaki konumun olmasını sağlayan a sayısını bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabol teğet ise ortak denklemin Δ sı sıfırdır. Buna göre;

Ortak denklem: $2x + 1 = ax^2 + 2$

$$ax^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\text{Diskriminant: } \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot a \cdot 1$$

$$\Delta = 4 - 4a$$

$$\text{Koşul: } \Delta = 0$$

$$4 - 4a = 0$$

$$\text{Sonuç: } a = 1 \text{ dir.}$$

3. $y = -x + 1$ doğrusu, $y = x^2 + 3x + m$ parabolünü iki noktada kesiyor.

Buna göre, m nin en büyük tam sayı değerini bulunuz.

Çözüm:

Doğru ile parabolün iki noktası ortak ise ortak denklemin diskriminantı pozitiftir. Buna göre,

Ortak denklem: $-x + 1 = x^2 + 3x + m$

$$x^2 + 4x + m - 1 = 0$$

$$\text{Diskriminant: } \Delta = (4)^2 - 4(m - 1)$$

$$\Delta = 16 - 4m + 4$$

$$\Delta = 20 - 4m$$

$$\text{Koşul: } \Delta > 0$$

$$20 - 4m > 0$$

$$20 > 4m$$

$$\text{Sonuç: } m < 5$$

$$m = 4 \text{ (en büyük)}$$

4. $y = x^2$ parabolünün, $y = mx + n$ doğrusundan ayırdığı kirişin orta noktasının apsisi 3 olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Kirişin orta noktasının apsisi kiriş uçlarının apsiler toplamının (ortak denklemin kökler toplamının) yarısıdır. Buna göre,

Ortak denklem: $x^2 = mx + n$

$$x^2 - mx - n = 0$$

Kökler toplamı: m

Kökler toplamının yarısı: $\frac{m}{2}$

$$\text{Sonuç: } \frac{m}{2} = 3 \quad m = 6 \text{ olur.}$$

5. $y = x^2 + 2$ parabolünün, $y = 6x - 3$ doğrusundan ayırdığı kirişin uçlarının koordinatlarını bulunuz.

Çözüm:

Kirişin uçlarının apsileri,

$x^2 + 2 = 6x - 3 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ denkleminin kökleridir.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ ve } x_2 = 5 \text{ bulunur.}$$

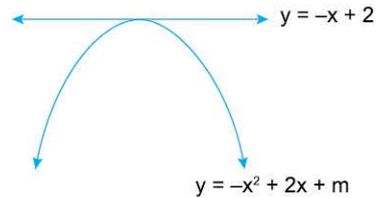
$y = 6x - 3$ denkleminde,

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 3 \quad : (1, 3)$$

$$x_2 = 5 \Rightarrow y_2 = 27 \quad : (5, 27) \text{ bulunur.}$$

6. $y = -x + 2$ doğrusu, $y = -x^2 + 2x + m$ parabolüne teğettir. Buna göre, m değerini bulunuz?

Çözüm:



Ortak denklem: $-x + 2 = -x^2 + 2x + m$

$$x^2 - 3x + 2 - m = 0 \text{ dir.}$$

Ortak denklemin Δ sı: $\Delta = (-3)^2 - 4(1) \cdot (2 - m)$

Teğet durumu var ise: $\Delta = 0$ dir.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 9 = 8 - 4m$$

$$\text{Sonuç: } -\frac{1}{4} = m \text{ olur.}$$